

თავისუფალი ვარდნის აჩქარების განსაზღვრა -

გეოგრაფიული განედისა და ზღვის დონიდან დაშორების მიხედვით

ნესტან მიქაძე

ადამიანის ფიზიკური არსებობა მჭიდროდ უკავშირდება მიწას - ვდგავართ, ვმოძრაობთ, ვხტებით და საბოლოოდ ისევ მას ვუბრუნდებით. ნებისმიერი სხეულის მოძრაობის ტრაექტორია დამოკიდებულია იმ უხილავ ძალაზე, რომელიც დედამიწისკენ გვიზიდავს. სწორედ ამ ურთიერთქმედებაზე დაკვირვებამ წარმოშვა ფიზიკის კანონები, რომლებიც ხსნის და განმარტავს ბუნებაში მოქმედ მრავალ პროცესს.

სამყაროში მიმდინარე ფიზიკური მოვლენები ოთხი ფუნდამენტური ურთიერთქმედებით აიხსნება - ძლიერი, სუსტი, გრავიტაციული, ელექტრომაგნიტური. აქედან გრავიტაცია ყველაზე ნაცნობია და ამავედროულად - ყველაზე იდუმალი. ის არა მხოლოდ ადამიანის ყოველდღიურობას განსაზღვრავს, არამედ მთელ სამყაროზე ახდენს გავლენას - პლანეტების მოძრაობიდან დაწყებული, ვარსკვლავების სიცოცხლემდე და კოსმოსის სტრუქტურამდე. გრავიტაციის ყოველდღიური, ჩვენთვის „ახლობელი“ გამოვლინებაა სიმძიმის ძალა - სწორედ ის, რაც ჩვენს სხეულსა და დედამიწას აკავშირებს.

ზოგადად, სიმძიმის ძალის აჩქარება მუდმივ სიდიდედ ითვლება, მაგრამ რეალურად ასე არ არის. მისი მნიშვნელობა განსხვავებულია ადგილმდებარეობისა და სხვადასხვა ფაქტორის მიხედვით. სიმძიმის ძალის აჩქარება (g), მცირედით იცვლება გეოგრაფიული განედის, სიმაღლისა და დედამიწის ბრუნვის გამო.

ეს ცვლილებები შესაძლოა უმნიშვნელოდ მოგვეჩვენოს, თუმცა მეცნიერებისთვის მათი ზუსტად ცოდნა აუცილებელია. სწორედ ამ მცირე განსხვავებების გათვალისწინებით ვიგებთ, რამდენად ფრთხილად, ზუსტად არის მოწყობილი ბუნება და როგორ აისახება თითქოს შეუმჩნეველი განსხვავება ტექნოლოგიურ გადაწყვეტილებებზე საბუნებისმეტყველო მეცნიერებებში.

ამ სტატიაში განვიხილავთ სიმძიმის ძალის აჩქარების დამოკიდებულებას სხვადასხვა ფაქტორზე; როგორ გამოითვლება მისი მნიშვნელობა, რაზეა დამოკიდებული და როგორ ვზომავთ მას თანამედროვე ინსტრუმენტებით - მაგალითად, გრავიმეტრით; გავეცნობით იმ ფორმულებს, რომლებიც გვიჩვენებს, როგორ იცვლება g გეოგრაფიული განედისა და ზღვის დონიდან სიმაღლის შესაბამისად. სტატიაში წარმოდგენილი პრაქტიკული სამუშაოს მაგალითები და ცხრილები მოსწავლეებისთვისაც საინტერესო და გამოსადეგი იქნება.

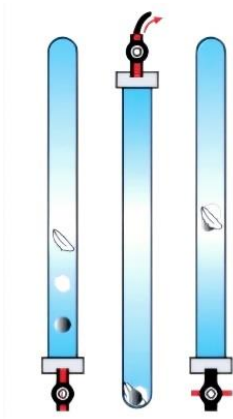
გავიხსენოთ მსოფლიო მიზიდულობის კანონი:

- ნებისმიერი ორი სხეული ერთმანეთს მიიზიდავს ძალით, რომლის მოდული პირდაპირპროპორციულია ამ სხეულთა მასების ნამრავლისა და უკუპროპორციულია მათ ცენტრებს შორის მანძილის კვადრატისა.

$$F = G \frac{m M}{R^2} \quad (1)$$

- G არის უნივერსალური მუდმივა, $G=6,67 \cdot 10^{-11} \text{ ნმ}^2 / \text{კგ}^2$.

გრავიტაციული მიზიდულობის გამო, დედამიწა ყველა სხეულს ერთნაირ აჩქარებას ანიჭებს. ეს მოსაზრება ცდების საშუალებით მე-16 საუკუნეში დაადგინა გალილეო გალილემ. ამის საილუსტრაციოდ ნიუტონმა ჩაატარა კლასიკური ცდა. მინის გრძელ მილში მოათავსა საფანტი, კორპის ნაჭერი და ბუმბული.



ამოტრიალებისას, რა თქმა უნდა, პირველად დაეცა საფანტი, მერე კორპის ნაჭერი და ბოლოს - ბუმბული. მილიდან ჰაერის ამოტუმბვის შემთხვევაში სამივე სხეული ერთდროულად განიცდის ვარდნას. განხილული ექსპერიმენტი ადასტურებს, რომ დედამიწა ყველა სხეულს ერთნაირ აჩქარებას ანიჭებს. რეალურად, სხეულებზე სიმძიმის ძალასთან ერთად ჰაერის წინააღმდეგობის ძალაც მოქმედებს. ვაკუუმში კი მხოლოდ დედამიწის მიზიდულობის ძალა მოქმედებს - სწორედ ამიტომ დავარდა ვაკუუმში ერთდროულად სამივე სხეული. ამ ექსპერიმენტის თანამედროვე ვერსია ჩატარდა NASA-ს კოსმოსური კვლევების ლაბორატორიაში.

<https://www.youtube.com/watch?v=Nxyf2-Y60c>

ძალას, რომლითაც დედამიწა მისი ზედაპირის მახლობლად მყოფ სხეულებს იზიდავს, სიმძიმის ძალა ეწოდება. **სხეულის მოძრაობას, როდესაც მასზე მხოლოდ სიმძიმის ძალა მოქმედებს, თავისუფალ ვარდნას უწოდებენ.** თავისუფალი ვარდნის აჩქარება (g) ყველა სხეულისთვის ერთნაირია და ის მიახლოებით $9,8 \text{ მ/წმ}^2$ -ის ტოლია. თავისუფალი ვარდნის დროს, ნიუტონის მეორე კანონის თანახმად:

$$g = \frac{F}{m} \quad (2).$$

მსოფლიო მიზიდულობის კანონისა და ნიუტონის მეორე კანონის გათვალისწინებით, გამოდის, რომ g არ არის დამოკიდებული მოცემული სხეულის მასაზე. ის მხოლოდ პლანეტის მასით და რადიუსით განისაზღვრება:

$$g = G \frac{m M}{m R^2} = G \frac{M}{R^2} \quad (3)$$

$$g = G \frac{M}{R^2}$$

ამ ფორმულით თავისუფალი ვარდნის აჩქარების გამოთვლა შესაძლებელია ნებისმიერი პლანეტისთვის. ცნობილია, რომ დედამიწის მასა $M \approx 5,97 \cdot 10^{24}$ კგ-ია, ხოლო რადიუსი $R \approx 6378$ კმ-ია, უნივერსალური მუდმივა, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ ნმ}^2 / \text{კგ}^2$.

ამ მონაცემების ჩასმით თავისუფალი ვარდნის აჩქარებაა: **$g \approx 9,8 \text{ მ/წმ}^2$** .

თავისუფალი ვარდნის აჩქარება არ არის დამოკიდებული სხეულის მასაზე და დედამიწის მოცემულ წერტილში ყველა სხეულისთვის ერთნაირია. იგი შეიძლება დედამიწის მოცემულ წერტილში ჩაითვალოს **ამ წერტილის გრავიტაციული ველის დასახასიათებლად**. სხვადასხვა ადგილზე g -ს მნიშვნელობა განსხვავებულია, რაც გულისხმობს, რომ გრავიტაციული ველი დედამიწის სხვადასხვა ადგილზე არ არის ზუსტად ერთნაირი. გეოლოგიაში თავისუფალი ვარდნის აჩქარების დიდი სიზუსტით გაზომვის მეთოდით პოულობენ სხვადასხვა სახის წიაღისეულს. ამ მეთოდს გეოლოგიაში ეწოდება **გრავიმეტრიული დაზვერვა**.

თავისუფალი ვარდნის აჩქარების განსხვავება შეიძლება გამოწვეული იქნეს რამდენიმე მიზეზით:

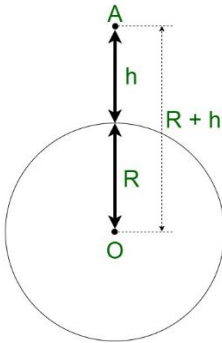
- დედამიწის დღედამური ბრუნვით საკუთარი წარმოსახვითი ღერძის გარშემო;
- დედამიწის არათანაბარი სიმკვრივით; სხვადასხვა წიაღისეული განაპირობებს სიმკვრივის სხვადასხვაობას. g -ს მომატება განპირობებულია დედამიწის შიგნით სხვადასხვა მყარი წიაღისეულის არსებობით. ხოლო მისი კლება მიანიშნებს დედამიწის სიღრმეში მღვიმეების, ნავთობის, ბუნებრივი აირის, მიწისქვეშა წყლების არსებობაზე;
- დედამიწის არასფერულობით - დედამიწა პოლუსებთან რამდენადმე შებრტყელებულია, შესაბამისად, დედამიწის რადიუსი ეკვატორზე მეტია, ვიდრე პოლუსებზე.



თუ სხეული იმყოფება დედამიწის ზედაპირიდან რაღაც h სიმაღლეზე, მაშინ მანძილი დედამიწის ცენტრსა და სხეულს შორის იქნება $R+h$, ხოლო, თავისუფალი ვარდნის აჩქარება ამ შემთხვევაში:

$$g = G \frac{M}{(R+h)^2} \quad (4).$$

როგორც ფორმულიდან ჩანს, დედამიწის ზედაპირიდან მაღლა თავისუფალი ვარდნის აჩქარება თანდათან მცირდება.



დედამიწის ზედაპირზე თავისუფალი ვარდნის აჩქარება აღვნიშნოთ $g(\text{დედ})$ -ით, ხოლო რაღაც h სიმაღლეზე კი $g(h)$ -ით. შესაბამისად:

$$g(\text{დედ}) = G \frac{M}{R^2} \quad (5), \quad \text{ხოლო } g(h) = G \frac{M}{(R+h)^2} \quad (6).$$

გავყოთ მე-5 ფორმულა მე-6 -ზე:

$$\frac{g(\text{დედ})}{g(h)} = \frac{(R+h)^2}{R^2} = \frac{R^2 + 2Rh + h^2}{R^2} = 1 + \frac{2h}{R} + \frac{h^2}{R^2}.$$

$\frac{h^2}{R^2}$ - მისი სიმცირის გამო შეიძლება არ გავითვალისწინოთ, ამ შემთხვევაში ვიღებთ:

$$\frac{g(\text{დედ})}{g(h)} = 1 + \frac{2h}{R}$$

საბოლოოდ გამოდის, რომ

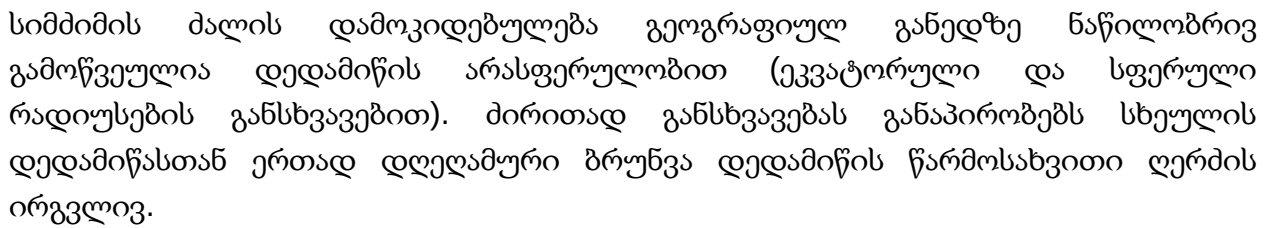
$$g(h) = \frac{g(\text{დედ})}{\left(1 + \frac{2h}{R}\right)}$$

მიღებული ფორმულა საშუალებას გვაძლევს, თავისუფალი ვარდნის აჩქარება გამოვთვალოთ დედამიწის სიმაღლის ცვლილების შესაბამისად.



იმ შემთხვევაში, თუ სხეული იმყოფება დედამიწის სიღრმეში, ზღვის დონის დაბლა რაღაც d სიღრმეზე, მაშინ იგივე მსჯელობით მივიღებთ თავისუფალი ვარდნის აჩქარების გამოსათვლელ ფორმულას:

$$g(d) = \frac{g(\text{დედ})}{\left(1 - \frac{2d}{R}\right)}$$



- დედამიწის მიზიდულობის ძალა (P_0) მიმართულია დედამიწის ცენტრისკენ;
- ინერციის ცენტრიდანული (F_0) ძალა კი - r რადიუსის გასწვრივ.

5

ნიშნავს, რომ მოცემულ ადგილზე P_α განსაზღვრავს ვერტიკალურად მიმართული სიმძიმის ძალას. P_0 არის ის ძალა (წონა), რომელიც ექნებოდა სხეულს იმ შემთხვევაში, თუკი დედამიწა იქნებოდა უძრავი.

დავშალოთ F_0 ცენტრიდანული ძალა F_1 და F_2 მდგენელებად. F_1 მიმართულია დედამიწის მიზიდულობის P_0 ძალის საწინააღმდეგოდ. მიახლოებით შეიძლება ჩაითვალოს, რომ F_2 ცვლის მსოფლიო მიზიდულობის ძალის მიმართულებას, ხოლო F_1 ამცირებს მის რიცხვით მნიშვნელობას. რადგან F_1 , P_0 და P_α მიმართულია ერთი წრფის გასწვრივ, შეიძლება დაიწეროს:

$$P_\alpha \approx P_0 - F_1.$$

ნახაზის მიხედვით შეგვიძლია დავწეროთ, რომ

$$F_1 = F_0 \cdot \cos \alpha.$$

$F_0 = m \omega^2 r$ - შესაბამისად,

$$F_1 = m \omega^2 r \cdot \cos \alpha.$$

$r = R \cdot \cos \alpha$ (სადაც R არის დედამიწის რადიუსი), ამიტომ დავწეროთ

$$P_\alpha = P_0 - m \omega^2 R \cdot \cos^2 \alpha.$$

რადგან $P_0 = mg$, ამიტომ

$$P_\alpha = mg - m \omega^2 R \cdot \cos^2 \alpha = mg \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 R}{g} \cdot \cos^2 \alpha\right).$$

ცდებით დადგენილია, რომ $\frac{\omega^2 R}{g} = 0,0034$, თანაც ის მუდმივი სიდიდეა, ამიტომ შეგვიძლია დავწეროთ:

$$P_\alpha = mg \cdot (1 - 0,0034 \cdot \cos^2 \alpha).$$

მიღებული ფორმულა გამოსახავს სიმძიმის ძალის გეოგრაფიულ განედზე დამოკიდებულებას. აღვნიშნოთ სიმძიმის ძალის აჩქარება α განედზე g_α -თი, მაშინ ფორმულა შეიძლება ჩაიწეროს შემდეგი სახით:

$$g_\alpha = g \cdot (1 - 0,0034 \cdot \cos^2 \alpha)$$

მივიღეთ მეტად საინტერესო ფორმულა. იგი გვაძლევს საშუალებას, განვსაზღვროთ, როგორ არის დამოკიდებული სიმძიმის ძალის აჩქარება გეოგრაფიულ განედზე. სიმძიმის ძალა და სიმძიმის ძალის აჩქარება უდიდესია პოლუსებზე და უმცირესია ეკვატორზე.

პოლუსზე $\alpha = 90^\circ$, $\cos 90^\circ = 0$, შესაბამისად, $g_\alpha = g$;

ეკვატორზე $\alpha=0^\circ$, $\cos 0^\circ=1$, შესაბამისად, $g_\alpha=g \cdot (1 - 0,0034)=\mathbf{0,9966\ g}$.

მეცნიერების მიერ დადგენილია, რომ

$$\text{პოლუსზე } g = 9,8322 \text{ მ/წმ}^2,$$

$$\text{ხოლო, ეკვატორზე } g = 9,78049 \text{ მ/წმ}^2.$$



საინტერესო იქნება, მოსწავლეებს შევთავაზოთ g -ს გამოთვლა გეოგრაფიული განედისა და ზღვის დონიდან დაშორების მიხედვით. ამისთვის უნდა გამოვიყენოთ მიღებული ფორმულები და შესაბამისი ცხრილები.

❖ g -ს განსაზღვრა ზღვის დონიდან სიმაღლის მიხედვით:

N	ზღვის დონიდან სიმაღლე $h(\text{მ})$	დედამიწის რადიუსი $R(\text{მ})$	თავისუფალი ვარდნის აჩქარება $g(h)$ მ/წმ ²	თავისუფალი ვარდნის აჩქარება $g(\text{დედ})$ მ/წმ ²	სხვაობა $\Delta g = g(\text{დედ}) - g(h)$
1.					
2.					
3.					
4.					
5.					

სამუშაო ფორმულა:

$$g(h) = \frac{g(\text{დედ})}{\left(1 + \frac{2h}{R}\right)}$$

❖ g -ს განსაზღვრა ზღვის დონიდან სიღრმის მიხედვით:

N	ზღვის დონიდან სიღრმე $d(\text{მ})$	დედამიწის რადიუსი $R(\text{მ})$	თავისუფალი ვარდნის აჩქარება $g(h)$ მ/წმ ²	თავისუფალი ვარდნის აჩქარება $g(\text{დედ})$ მ/წმ ²	სხვაობა $\Delta g = g(\text{დედ}) - g(d)$
1.					
2.					
3.					
4.					
5.					

სამუშაო ფორმულა:

$$g(d) = \frac{g(\text{დედ})}{(1 - \frac{2d}{R})}$$

❖ გ-ს განსაზღვრა გეოგრაფიული განედის მიხედვით:

N	თავისუფალი ვარდნის აჩქარება g	განედი α	თავისუფალი ვარდნის აჩქარება g_a	სხვაობა $\Delta g = g - g_a$
1.				
2.				
3.				
4.				
5.				

სამუშაო ფორმულა:

$$g_a = g \cdot (1 - 0,0034 \cdot \cos^2 \alpha)$$



საინტერესო იქნება, მოსწავლეებს შევთავაზოთ შემდეგი ბმულით მუშაობა, სადაც სასურველი განედის და სიმაღლის შეყვანის შემთხვევაში, კალკულატორი გამოთვლის შესაბამის თავისუფალი ვარდნის აჩქარებას.

<https://www.sensorsone.com/local-gravity-calculator/>

სიმძიმის ძალის აჩქარების ამ მცირე სხვაობების გააზრება კარგი მაგალითია იმისა, თუ როგორ შეიძლება მარტივი საკითხის მიღმა მნიშვნელოვანი მეცნიერება იმალებოდეს. ასეთი თემების შესწავლა ავითარებს დაკვირვების, ანალიტიკური აზროვნების უნარებს; ამაღლებს ინტერესს ბუნების კანონზომიერებების მიმართ; და ამტკიცებს, რომ ფიზიკა ეს მხოლოდ თეორია არ არის, არამედ გზა, რომლითაც შევიძენებთ ხილულ თუ უხილავ სამყაროს.

გამოყენებული მასალა:

მოსწავლის წიგნი, მე-9 კლასი,
მ. ტულუში, თ. შენგელია, თ. შენგელია, გ. ლომიძე

აწსუ ფიზიკის დეპარტამენტის ლაბორატორიული ამოცანების კრებული

<https://raptor-scientific.com/news/resources/gravitational-acceleration/>

<https://www.geeksforgeeks.org/variation-in-acceleration-due-to-gravity/>