პრობლემის ამოხსნა - პოლიას სქემა მათემატიკაში

პეტრე ბაბილუა

მინდა დავიწყო გეორგ პოლიას სიტყვებით: **„If you can't solve a problem, then there is an easier problem you can solve. Find it." George Pólya.** თანამედროვე საერთაშორისო (IB პროგრამა) განათლების ძირითადი მიზნებია, მოსწავლეებს განუვითაროს კრიტიკული და შემოქმედებითი აზროვნება. მოსწავლეებში დანერგოს საერთაშორისო ღირებულებები და აღზარდოს გლობალურად მოაზროვნე ადამიანები, რომლებიც აღიარებენ საერთო ადამიანურ ფასეულობებს, იზიარებენ პლანეტაზე ზრუნვის პრინციპებს, ეხმარებიან და ქმნიან მშვიდობიან სამყაროს. პროგრამის მიზანია, რომ მოსწავლეები იყვნენ: მაძიებელნი, მცოდნეები, მოაზროვნეები, კომუნიკაბელურები, პრინციპულები, გონებაგახსნილები, მზრუნველები, გაბედულები, დაბალანსებულები და გონიერები. ყველა საგნის სწავლება, თავისი სპეციფიკიდან გამომდინარე, მოსწავლეებში სწორედ ამ თვისებების განვითარებისთვისაა მიმართული.

ამ უნარების განვითარებისთვის აუცილებელია კრიტიკული და შემოქმედებითი აზროვნების სტიმულირება, რასაც უზრუნველყოფს პრობლემაზე ორიენტირებული სწავლება მათემატიკაში. მნიშვნელოვანია, რომ მოსწავლეები თავიდანვე შევაჩვიოთ პრობლემაზე ორიენტირებულ სწავლებას და ამასთან დაკავშირებით შევთავაზოთ მათ პრობლემის ამოხსნის შემდეგი სქემა, რომელიც ცნობილია პოლიას სქემის სახელწოდებით.

ზოგიერთი პრობლემა შეიძლება იყოს კოპლექსური, შეიცავდეს ბევრ (რამდენიმე) მათემატიკურ ამოცანას, ზოგიერთი პრობლემა კი შეიძლება იყოს მარტივი. ერთი და იგივე საკითხი შეიძლება ზოგიერთი მოსწავლისათვის იყოს მარტივი და ზოგიერთისთვის - გამოწვევა.

გეორგ პოლია (George Pólya 1887-1985) იყო უნგრელი მათემატიკის პროფესორი. მან აღწერა პრობლემის ამოხსნის გზები, რომელიც გამოიყენება სხვადასხვა პრობლემის გასაჭრელად მათემატიკაში და სხვა საგნებში. ჩამოვაყალიბოთ ეს ნაბიჯები შემდეგი სქემის სახით:

- პრობლემის გაგება-გააზრება
    - დარწმუნდით, რომ გაიგეთ ყველა სიტყვა;
    - დაადგინეთ, რა უნდა იპოვოთ;

- დაადგინეთ, რა იცით უკვე;
- დაადგინეთ უცნობები;
- დაადგინეთ, რა პირობებს აკმაყოფილებს უცნობები;
- დახაზეთ დიაგრამა, ნახაზი , რაც დაგეხმარებათ პრობლემის უკეთ გაგებაში;
- დარწმუნდით პრობლემის გაგებაში, თქვენი სიტყვებით ჩამოაყალიბეთ ის და გაიაზრეთ რას გეკითხებიან.

↓

- გეგმის შექმნა
  - გამოიცანით და შეამოწმეთ;
  - შეხედეთ კანონზომიერებას;
  - გამორიცხეთ ვარიანტები;
  - გამოიყენეთ ფორმულა;
  - ამოხსენით განტოლება;
  - იფიქრეთ სხვა სტრატეგიაზე, რომელიც შეიძლება გამოგადგეთ.

↓

- გეგმის შესრულება
  - აჩვენეთ ყველა ნაბიჯი ისე, რომ ნებისმიერი მკითხველისთვის ადვილი იყოს მიჰყვეს მას;
  - შეამოწმეთ, რომ ყველა შუალედურ პასუხს აქვს აზრი;
  - თუ ვერ ასრულებთ, სცადეთ სხვა გზა;
  - თუ ვერ ასრულებთ, შეიმუშავეთ ახალი გეგმა.

↓

- დაუბრუნდით პრობლემას
  - შეამოწმეთ საბოლოო პასუხი, თუ ეს შესაძლებელია;
  - დარწმუნდით, პასუხი უკავშირდება თუ არა საწყის პრობლემას ?
  - დარწმუნდით შედეგში
  - რამ იმუშავა? რამ არ იმუშავა ?
  - შესაძლებელია გეგმის განხორციელება სხვა (უკეთესი) გზით ?

თუ ჩვენ ხელს შევუწყობთ მოსწავლეებს, რომ ნებისმიერი პრობლემის გადაწყვეტისას იმუშავონ ამ სქემით, მათ გაუადვილდებათ მათი გადაწყვეტა. მოვიყვანოთ ამ სქემის გამოყენების პრაქტიკული მაგალითი.

ამოცანა: ანას სჭირდება 20 წუთი მანქანის გასარეცხად, ხოლო ნინოს 30 წუთი იმავე მანქანის გასარეცხად. რა დრო დასჭირდებათ მათ, თუ ისინი ერთად გარეცხავენ იგივე მანქანას ?

ამოხსნა:

t-დრო, რომელიც სჭირდებათ მათ მანქანის ერთობლივად გასარეცხად

t_a =20 წთ

t_n =30 წთ

1. **პრობლემის გაგება**
   - დაადგინე, რა უნდა იპოვოთ
   - დაადგინე, რა იცი უკვე
   - დაადგინე უცნობები

r =ორივეს ერთად მანქანის გარეცხვის ტემპი, 1 მანქანა ყოველ t წუთში

r_a =ანას ტემპი

r_n =ნინოს ტემპი

$r = r_a + r_n$

გამოიყენე $r = \frac{1\ \text{მანქანა}}{t}$t-ს საპოვნელად

2. **გეგმის შექმნა**
   - ერთი მანქანის გარეცხვის დრო დამოკიდებულია რეცხვის ტემპზე - რამდენ მანქანას რეცხავენ ისინი მოცემულ დროში;
   - მათი ერთობლივი რეცხვის ტემპი არის მათი ცალკეული ტემპების ჯამი

$r_a = \frac{1\ \text{მანქანა}}{20\ \text{წთ}}$

$r_n = \frac{1\ \text{მანქანა}}{30\ \text{წთ}}$

3. **გეგმის შესრულება**
   - აჩვენე ყველა ნაბიჯი

$$r = r_a + r_n = \frac{1\ \text{მანქანა}}{20\ \text{წთ}} + \frac{1\ \text{მანქანა}}{30\ \text{წთ}} = \frac{2\ \text{მანქანა}}{1\ \text{სთ}} + \frac{3\ \text{მანქანა}}{1\ \text{სთ}} = \frac{5\ \text{მანქანა}}{1\ \text{სთ}}$$

ერთად ისინი 5 მანქანას გარეცხავენ 1 საათში, რაც არის 12 წუთი ერთი მანქანისათვის.

t =12 წთ.

3. **გეგმის შესრულება**
   - შეამოწმე, ყველა შუალედურ პასუხს აქვს აზრი

თუ თითოეულ მათგანს სჭირდება მანქანის გასარეცხად 20 წთ,

მაშინ მათ ერთად დასჭირდებათ 10 წთ; ხოლო თუ თითოეულს

დასჭირდება 30 წთ, ერთად დასჭირდებათ - 15 წთ. თუ მათ

დასჭირდებათ ცალ-ცალკე 20 და 30 წთ, ერთად უნდა დასჭირდეთ

დრო 10-დან 15 წუთამდე.

4. დაუბრუნდით პრობლემას

- შეამოწმე შენი პასუხი

ანას მარტო შესასრულებლად სჭირდება 20 წუთი; ე. ი.

მათ ორივეს ერთად უნდა დასჭირდეთ უფრო ნაკლები, ვიდრე

მარტო ანას სჭირდება.

4. დაუბრუნდით პრობლემას

- დარწმუნდი, შენი პასუხი უკავშირდება თუ არა საწყის პრობლემას

ორივეს ერთად სჭირდება 12 წუთი.

5. დაუბრუნდით პრობლემას

- დარწმუნდი პრობლემის საბოლოო პასუხში

გამოყენებული ლიტერატურა:

1. MYP Mathematics, Rose Harrison, Clara Huizink,AidanSproat-Clements, Marlene Torres-Skoumal, Oxford University Press, 2016
2. Polya’s Problem Solving Techniques, https://math.berkeley.edu/~gmelvin/polya.pdf