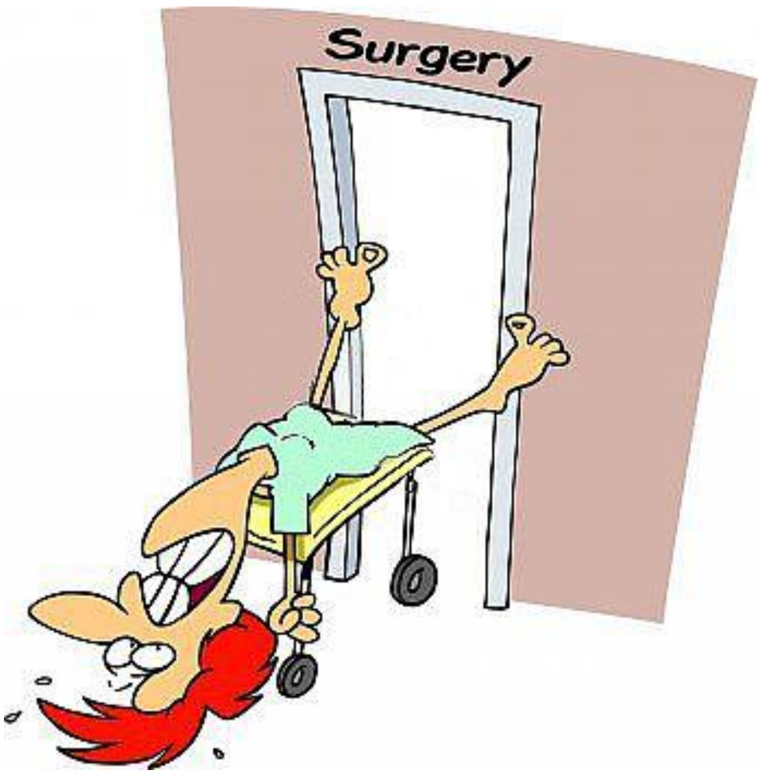
- ფლეტლანდია, ანუ 2–განზომილებიანი სამყარო
- 4–განზომილებიანი სივრცე
- არაევკლიდური გეომეტრია

- შეიძლება თუ არა ბანკის გაძარცვა ისე, რომ ვერავინ ვერასოდეს მიაგნოს ჩვენს კვალს.

  P.S. თანაც არავის არაფერი არ დავუშავოთ!



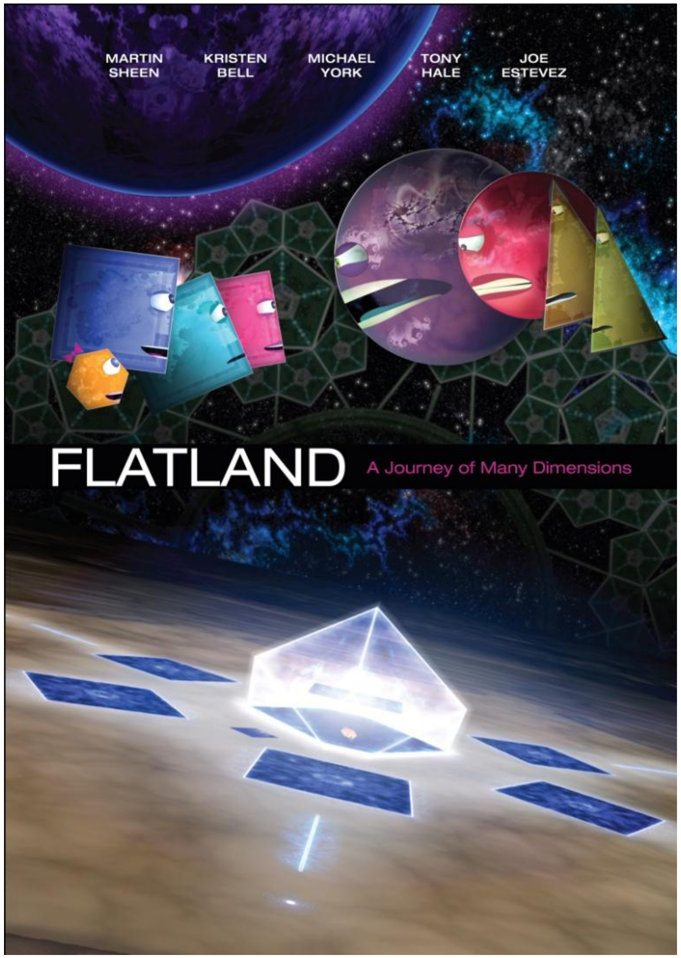
- შეიძლება თუ არა გულის ტრანსპლანტაცია ჩავატაროთ ისე, რომ პაციენტი არ გავჭრათ?

- თქვენ გაქვთ ორი მარცხენა ფეხსაცმელი. შეიძლება თუ არა მარცხენა ფეხსაცმელი გადავაკეთოთ მარჯვენად? (ყოველგვარი ჭრა–კერვის გარეშე)

- მაღაზიებს შორის არსებობს შეთანხმება, რომ საჩვენებლად გამოდონ მხოლოდ მარცხენა ფეხსაცმელი (მოპარვის სტიმული რომ ნაკლები იყოს).

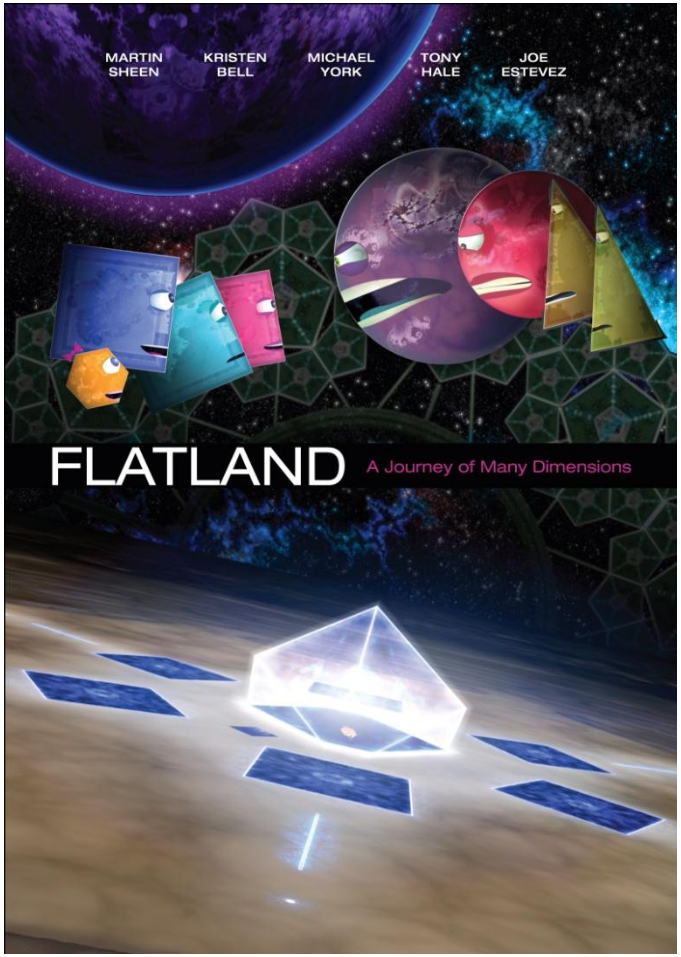
- ამ კითხვებზე პასუხის გაცემა ძნელია.
- ასეთი რამ ჯერ არავის გაუკეთებია, თუმცა თეორიულად ეს არ არის გამორიცხული.
- ამისათვის გვჭირდება მე–4 განზომილება.

- იმისთვის, რომ კარგად გავიაზროთ, რა უპირატესობები შეიძლება ჰქონდეს მე–4 განზომილებას, ჯერ გავიაზროთ, რა უპირატესობას გვაძლევს მე–3 განზომილება 2 განზომილებასთან შედარებით.



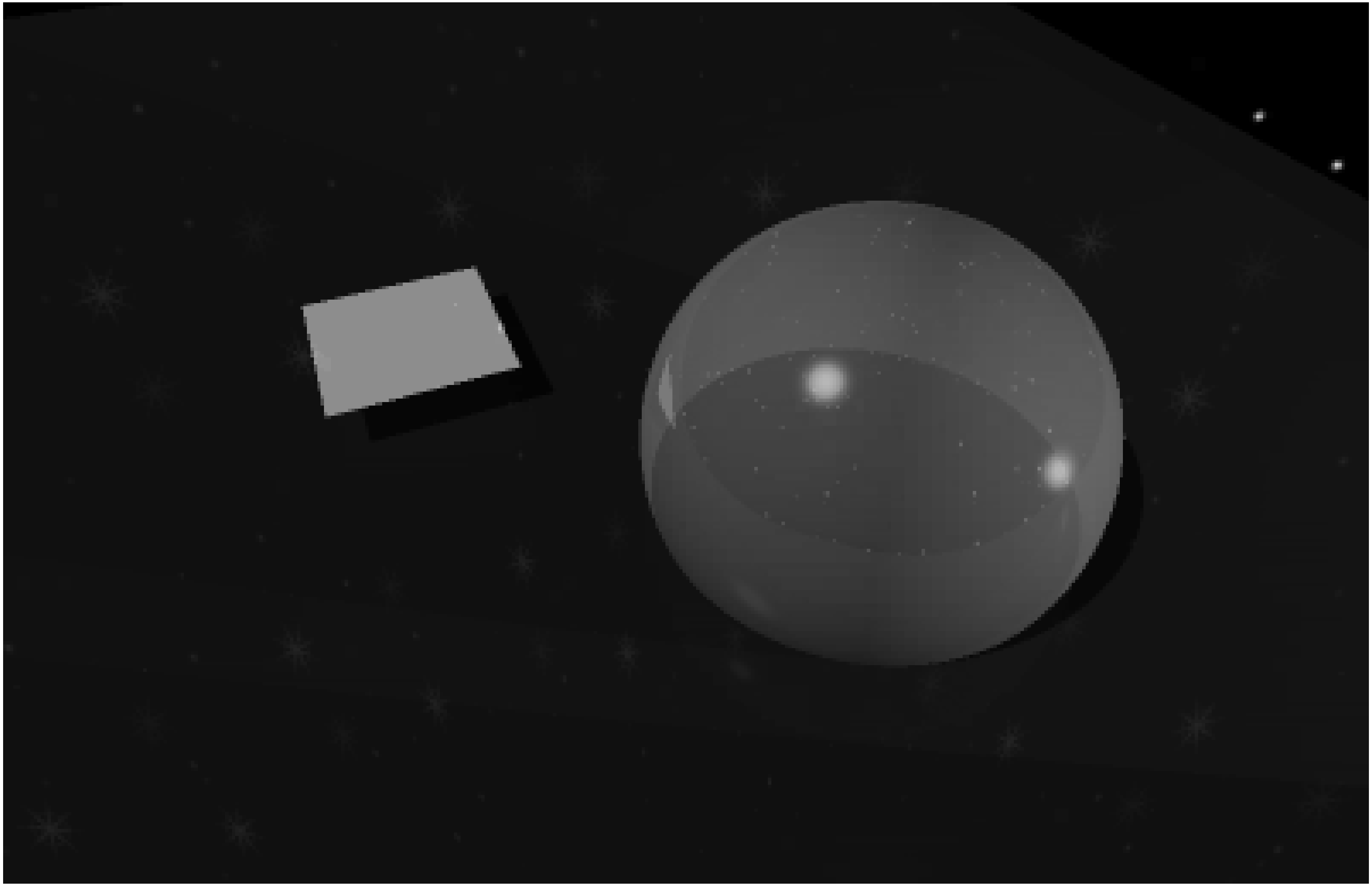
- არსებობს ფანტასტიკის ჟანრის სახალისო–საგანმანათლებლო წიგნი “ფლეტლანდია” (გადაღებულია ფილმიც).

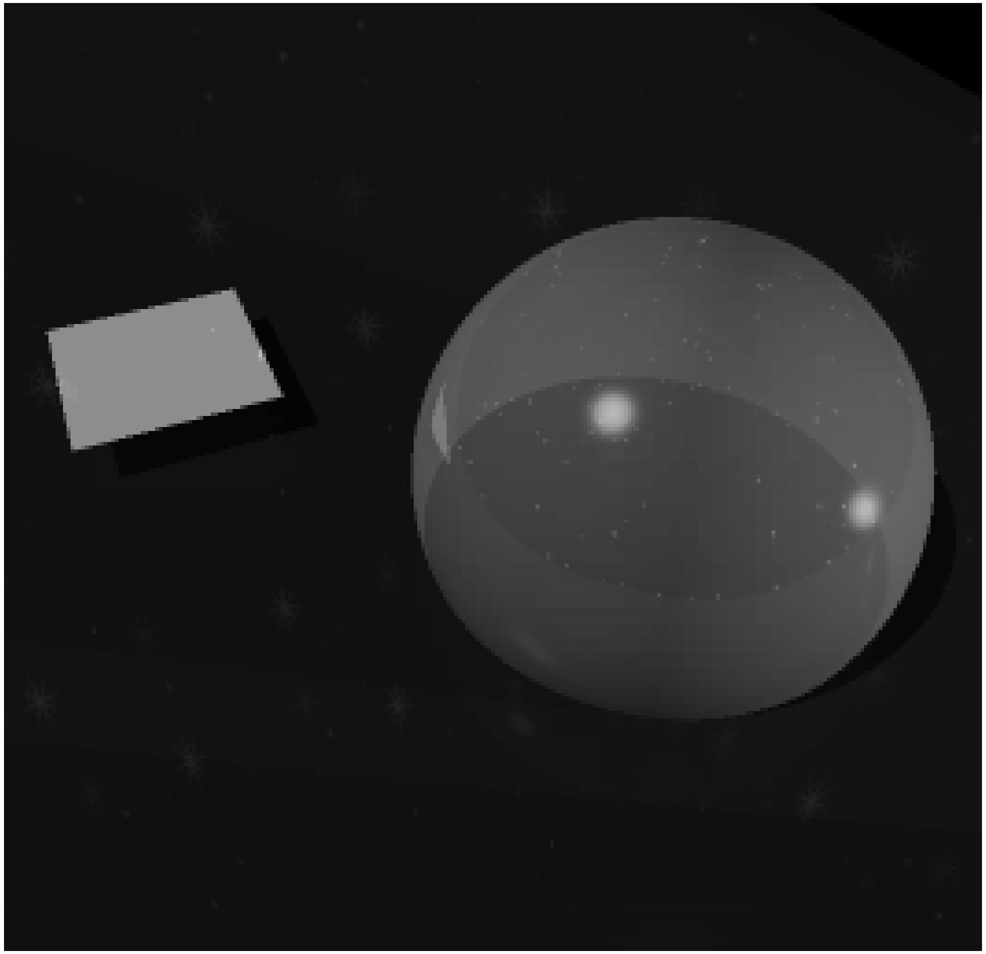
- ფლეტლანდია (ბრტყელი სამყარო) დასახლებულია სხვადასხვა ფორმის ბრტყელი არსებებით (სამკუთხედები, კვადრატები, ხუთკუთხედები და ასე შემდეგ), რომლებიც აღიქვამენ მხოლოდ 2 განზომილებას და ვერაფერს ხედავენ თავიანთი სიბრტყის გარეთ.



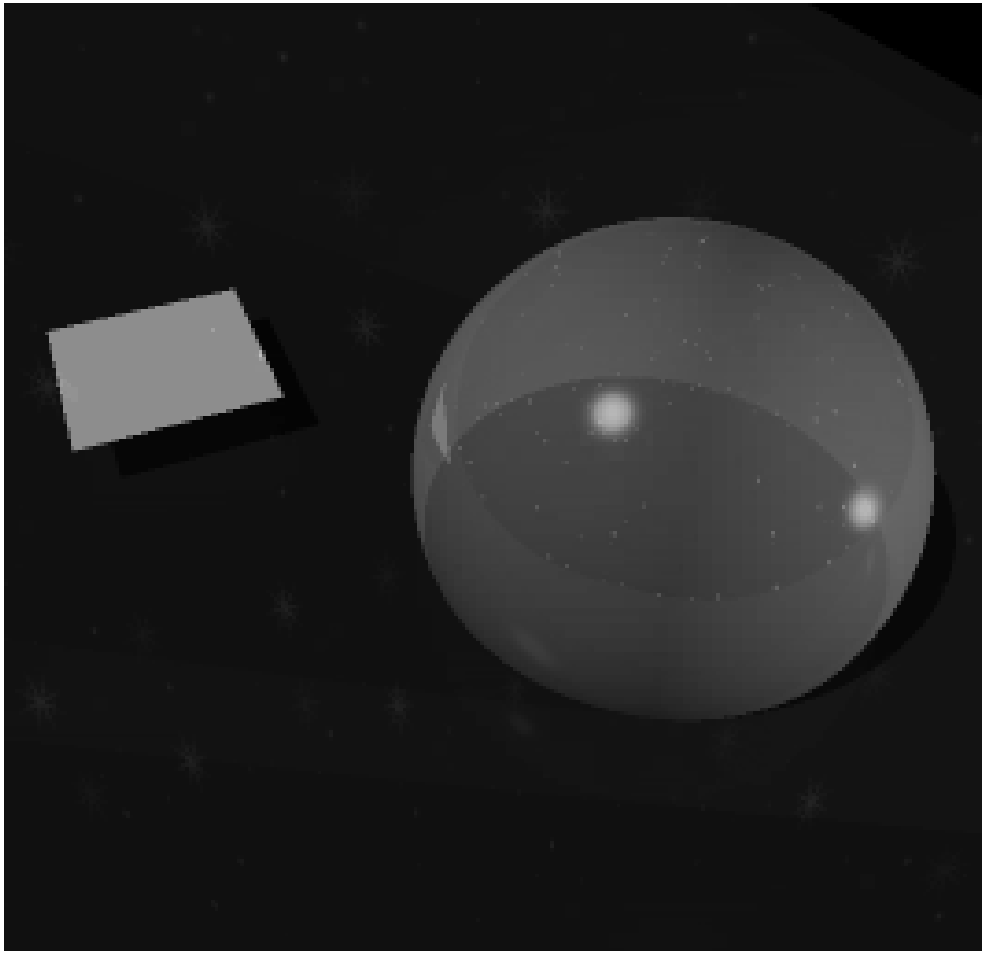
- ისინი ვერ აღიქვამენ მე–3 განზომილებას.
- ნახეთ ფილმის ანონსი შემდეგ ვებგვერდზე:
- http://www.youtube.com/watch?v=C8oiwnNlyE4

მოულოდნელი ვიზიტორი





- ამ ბრტყელ სამყაროს მესამე განზომილებიდან ეწვია სფერო, რომელმაც გადაკვეთა და გაიარა სიბრტყე.
- ეს სრული სასწაული იქნება ფლეტლანდიის მაცხოვრებლებისათვის.
- რას დაინახავენ ისინი?

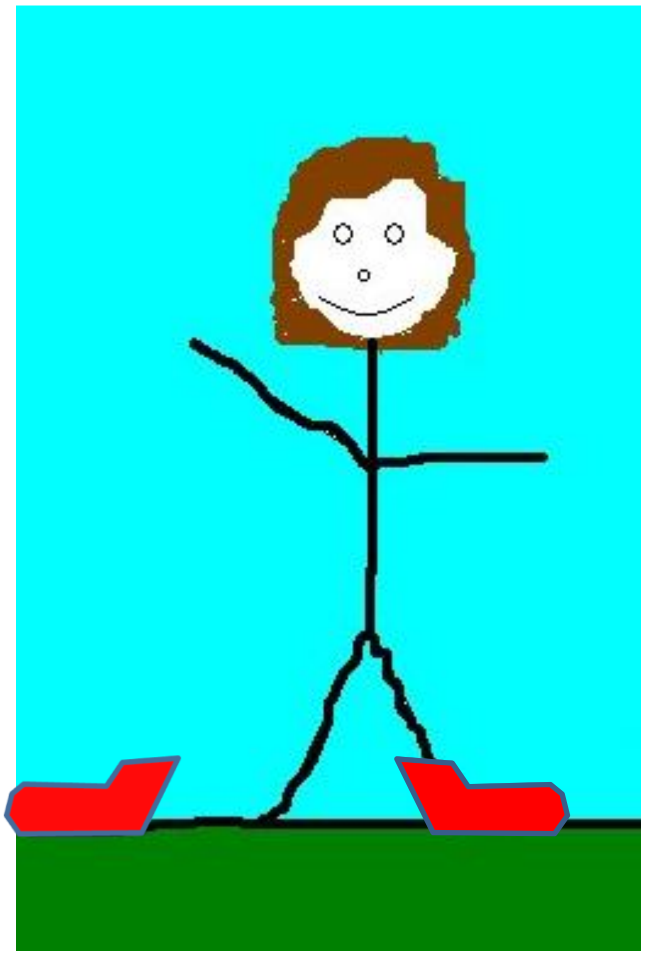


- ისინი ჯერ დაინახავენ წერტილს (როცა სფერო შეეხება სიბრტყეს), რომელიც სრულიად მოულოდნელად გაჩნდა.
- შემდეგ ეს წერტილი გადაიქცევა პატარა წრეწირად, რომელიც ნელ–ნელა იზრდება.
- შემდეგ წრეწირი ისევ დაიწყებს კლებას და ბოლოს გაქრება.

- მე–3 განზომილებიდან მისულებს შეუძლიათ კიდევ მრავალი სასწაული ჩაატარონ ფლეტლანდიაში.

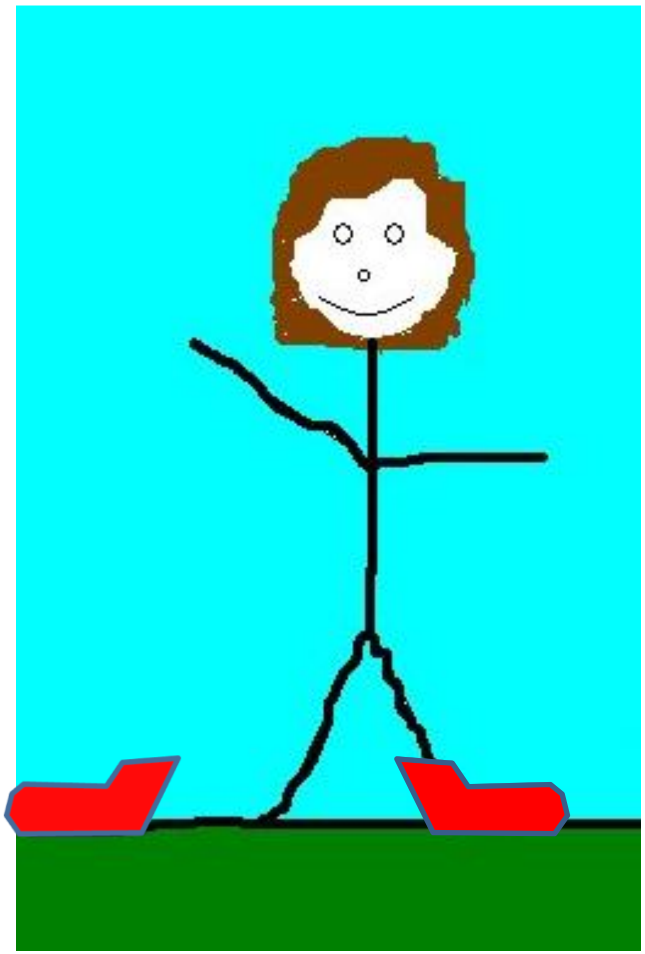
- მაგალითად, თუ ფლეტლანდიელს აქვს ორი მარცხენა ფეხსაცმელი (ნახეთ ნახატი), თავად იგი ვერაფრით ვერ მოირგებს მარცხენა ფეხსაცმელს მარჯვენა ფეხზე.

- მან როგორაც არ უნდა ატრიალოს მარცხენა ფეხსაცმელი, იგი მუდამ მარცხენა ფეხსაცმლად დარჩება.
- შეგვიძლია თუ არა ჩვენ, სამ განზომილებაში მცხოვრებლებს, მათ დავეხმაროთ?

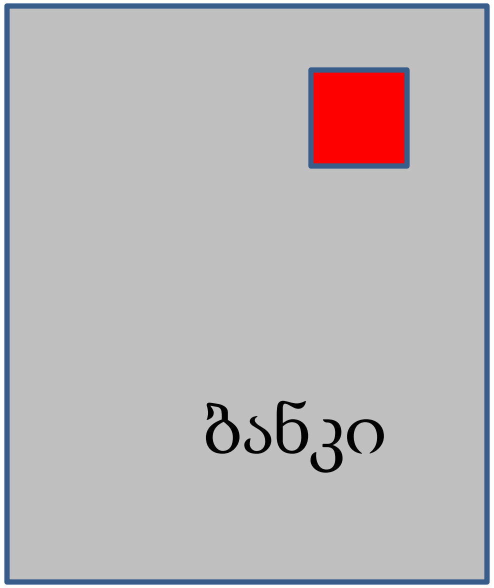


- ძალიან ადვილადაც დავეხმარებით. საკმარისია ავიღოთ ფეხსაცმელი, გადმოვატრიალოთ და დავაბრუნოთ ისევ თავის სიბრტყეში (ფლეტლანდიაში).

- ესე იგი, ჩვენ გვჭირდება 3–განზომილებიან სივრცეში გასვლა და მერე ისევ სიბრტყეში დაბრუნება.

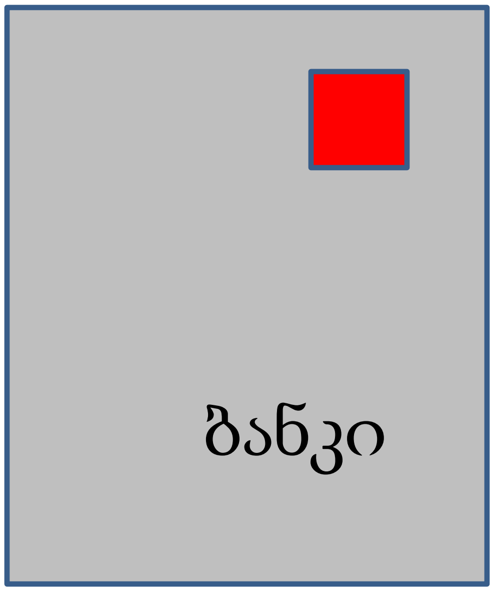


- ფეხსაცმლის გადმოტრიალება ეს არის ფაქტიურად მისი სარკულად ასახვა.
- თუმცა, თუ ფლეტლანდიაში დავრჩებით, მაშინ ასეთი სარკული ასახვის ჩატარება შეუძლებელია.



- ასევე ადვილია ფლეტლანდიური ბანკიდან სეიფის გატანა. უბრალოდ, სეიფს ოდნავ ავწევთ სიბრტყიდან ზემოთ და სეიფი მომენტალურად გაქრება ფლეტლანდიელებისათვის.

- (სეიფამდე ჩვენ ძალიან ადვილად მივალთ, რადგანაც კედლები ბანკს მხოლოდ სიბრტყიდან შეღწევისაგან იცავს. სხვა მხრიდან საფრთხე მათთვის არ არსებობს, რადგანაც თავად სხვა მხარე არ არსებობს.)



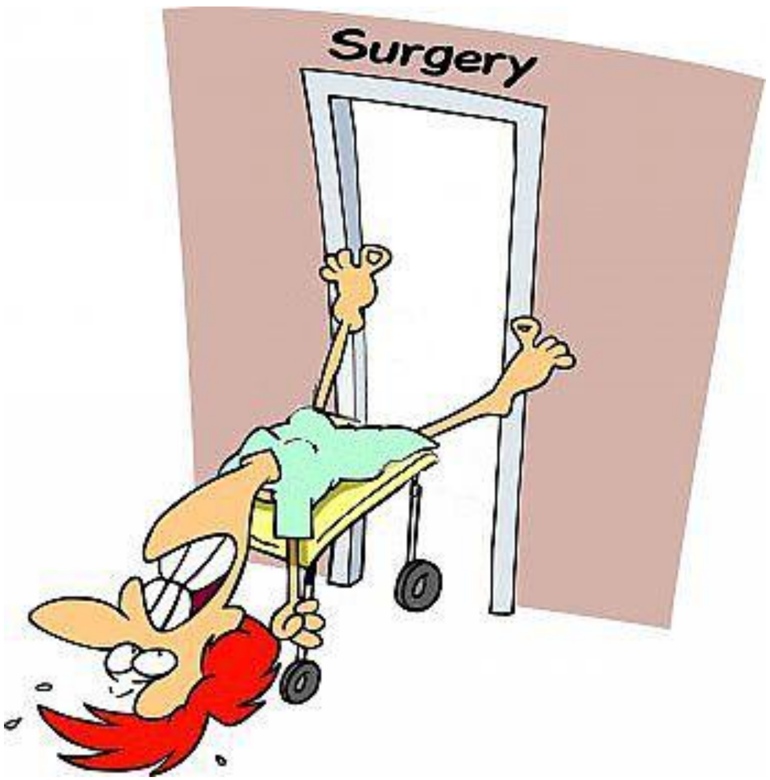
- ჩვენ ზუსტად ასევე შეგვიძლია გავაქროთ ნებისმიერი საგანი ფლეტლანდიაში და თუნდაც თვითონ ფლეტლანდიელი. (მერე კი წესიერება მოითხოვს იგი ისევ უკან დავაბრუნოთ.)
- (ესეც თქვენი მფრინავი თეფშები.)

- ჩვენ ვხედავთ, რომ 1 განზომილების დამატებამ (სიბრტყიდან სივრცეში გადასვლამ) მოქმედების უზარმაზარი თავისუფლება მოგვცა.

- ასეთივე უზარმაზარი განსხვავებაა 3–განზომილებიან სივრცესა (რომელშიც ჩვენ ვცხოვრობთ) და 4–განზომილებიან სივრცეს შორის.

- მაგალითად, მეოთხე განზომილებაში გასვლით ჩვენ ასევე ადვილად შეგვიძლია, ბანკიდან (არაფლეტლანდიური, არამედ ჩვეულებრივი ბანკიდან) სეიფის გატანა.

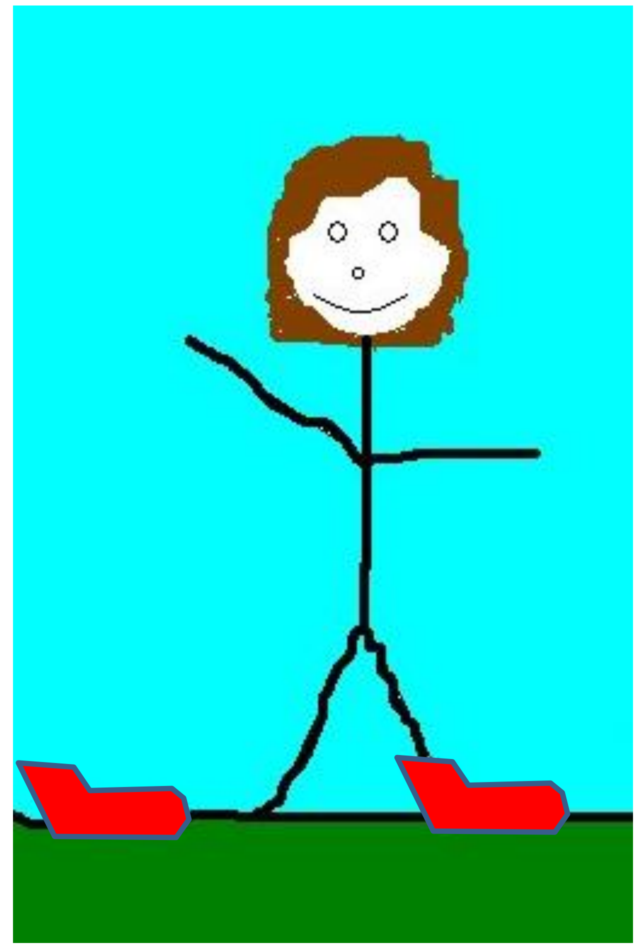
  სეიფი ბანკში ისევე დაუცველია მეოთხე განზომილებიდან შეღწევისაგან, როგორც ფლეტლანდიურ ბანკში იყო დაუცველი მე–3 განზომილებიდან.



- ასევე ადვილია გულის ტრანსპლანტაცია ავადმყოფის გაუჭრელად, ადამიანის გაქრობა და ისევ დაბრუნება.

- ზუსტად ისევე, როგორც ფლეტლანდიაში, ჩვენ შეგვიძლია 3–განზომილებიანი სივრციდან გავიტანოთ მარცხენა ფეხსაცმელი 4–განზომილებიან სივრცეში, იქ “ამოვატრიალოთ” და დავაბრუნოთ უკან 3–განზომილებიან სივრცეში უკვე როგორც მარჯვენა ფეხსაცმელი.

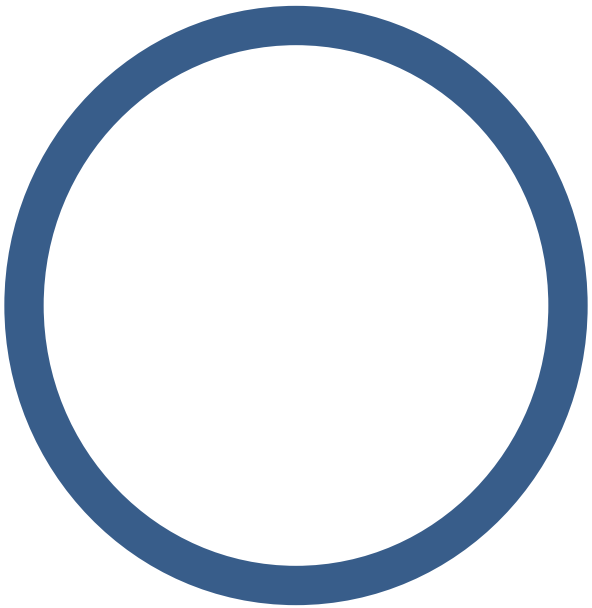

ClipArtOf.com



- თქვენ შეიძლება თქვათ, რომ ფეხსაცმელი შეიძლება 3–განზომილებიან ჩვენ სივრცეშიც შეიძლება ამოვატრიალოთ. მართალია, პრინციპში შეიძლება, ოღონდ ამ შემთხვევაში მივიღებთ შიდა მხარეს გარეთ. მე–4 განზომილება კი საშუალებას გვაძლევს მარცხენა ფეხსაცმელი მარჯვენად გადავაკეთოთ, ისე, რომ გარე მხარე დარჩეს გარე მხარედ.

- სხვათა შორის, 3–განზომილებიან სივრცეში ფეხსაცმლის ამოტრიალება შესაძლებელია იმის გამო, რომ ფეხსაცმელი ღიაა. ბურთის ამობრუნება მაგალითად, შეუძლებელია (თუ ნახვრეტს არ გავაკეთებთ).

- მე–4 განზომილება საშუალებას გვაძლევს ბურთის ამობრუნების ნახვრეტის გაკეთების გარეშეც .



- ეს ზუსტად ისევე, როგორც ჩვენ შეგვიძლია ფლეტლანდიური ბურთი ამოვაბრუნოთ მესამე განზომილებაში გატანით.

- ფლეტლანდიური ბურთი ეს არის წრეწირი (რომელსაც სისქე აქვს).

- ეს წრეწირი შეიძლება ამოვაბრუნოთ სამ განზომილებაში გატანით (გარე მხარე შიგნით მოექცეს, გარკვეული დეფორმაციით).

ბიზნეს იდეა?

- კითხვა: დავუშვათ თქვენ შეგიძლიათ მე–4 განზომილებაში გასვლა. ხომ არ შემოგვთავაზებდით რაიმე ბიზნეს იდეას ამასთან დაკავშირებით?

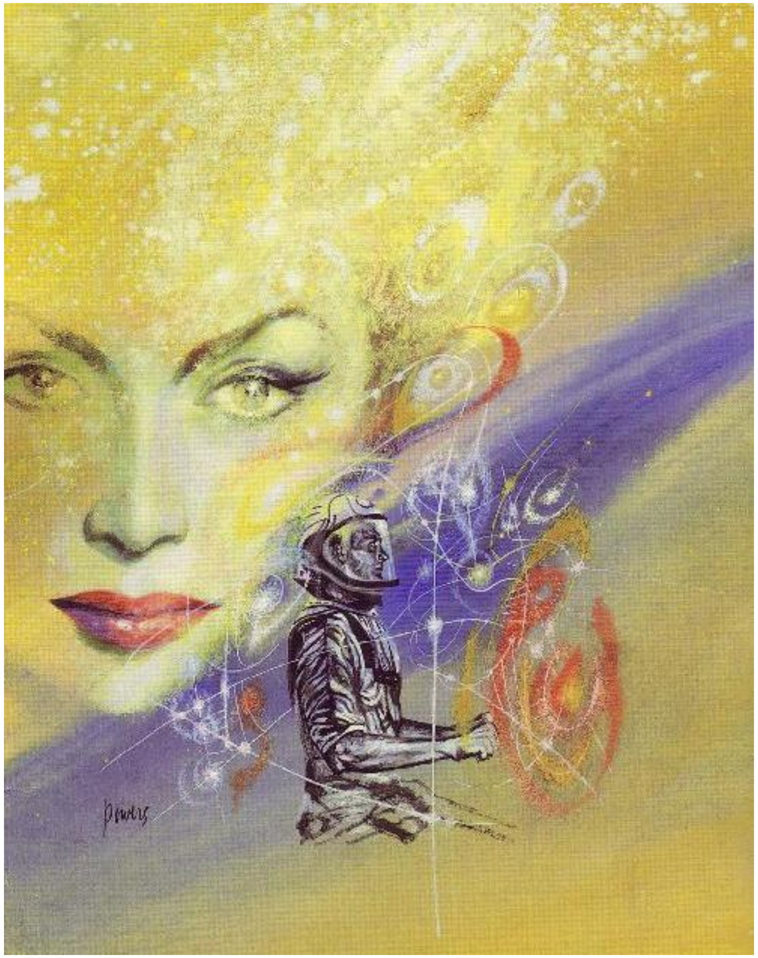
- ჩემი ვარიანტი: იაპონური მარჯვენა რულიანი ავტომობილების მარცხენა რულიანად გადაკეთება.

  ამისათვის არავითარი მექანიკური ჩარევა არ იქნებოდა საჭირო. უბრალოდ გავიტანდით ავტომობილს მე–4 განზომილებაში და იქედან დავაბრუნებდით სარკულად ამოტრიალებულს მარცხენა რულით.

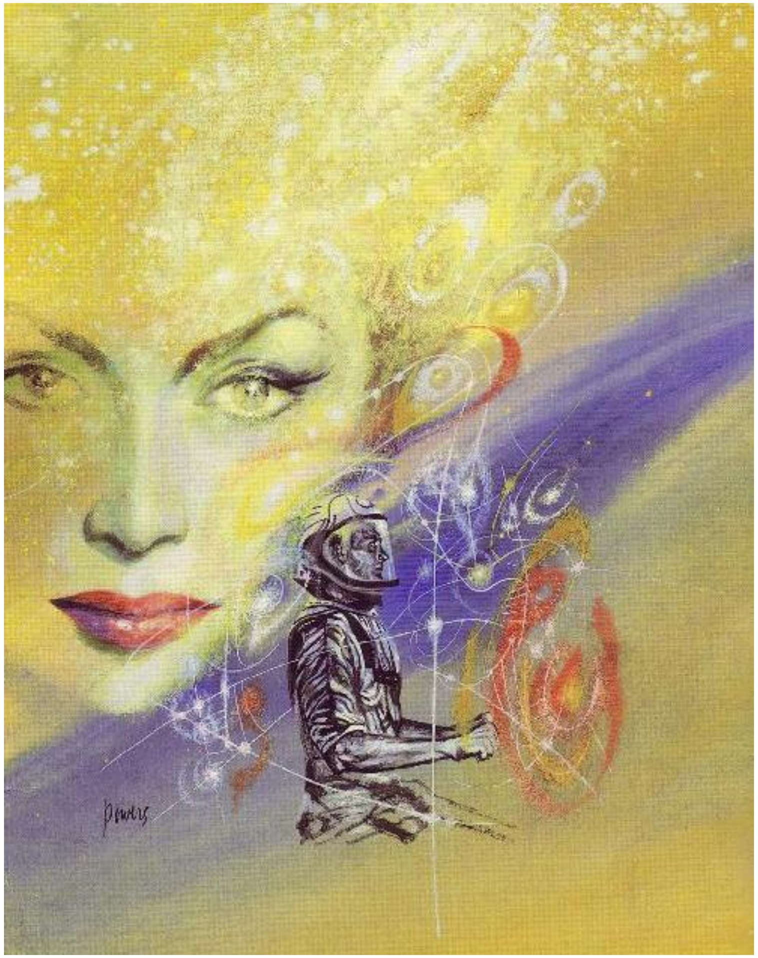
  (ზუსტად ისევე მარტივად, როგორც ფეხსაცმელი ამოვუტრიალეთ ფლეტლანდიელს.)

- ყველაფერი ეს შესანიშნავი თემაა სამეცნიერო ფანტასტიკის ჟანრის მწერლებისათვის.

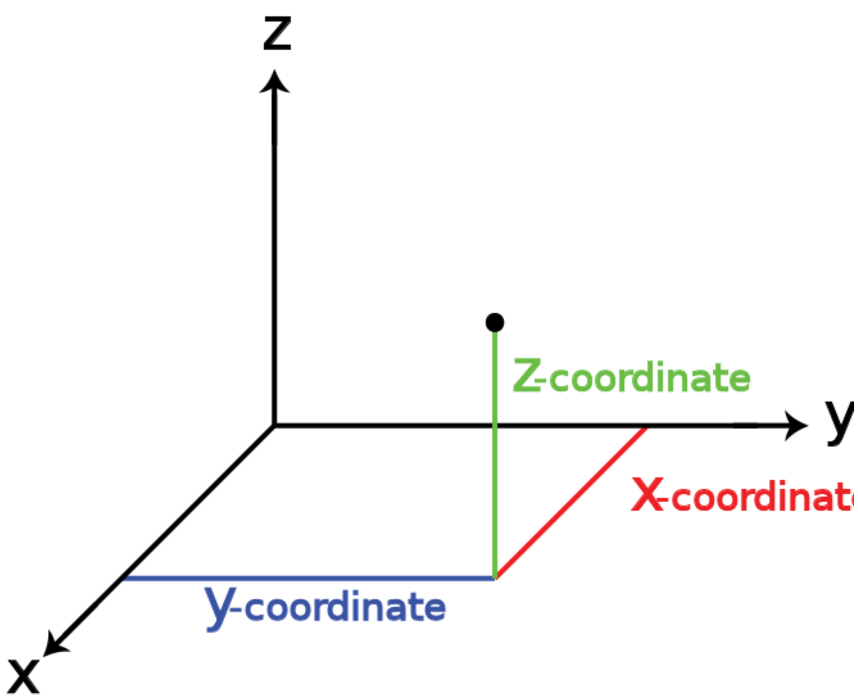
- ჰერბერტ უელსს აქვს ნაწარმოები, სადაც გმირი გადის 4–განზომილებიან სივრცეში, ხოლო შემდეგ ბრუნდება უკან უჩვეულო შედეგით: მისი გული მარჯვენა მხარეს გადავიდა და თვითონ მარცხენა ხელით დაიწყო წერა.



- კითხვა: როგორ დაწერდა, როგორც ადრე, მარცხნიდან მარჯვნივ, თუ პირიქით?

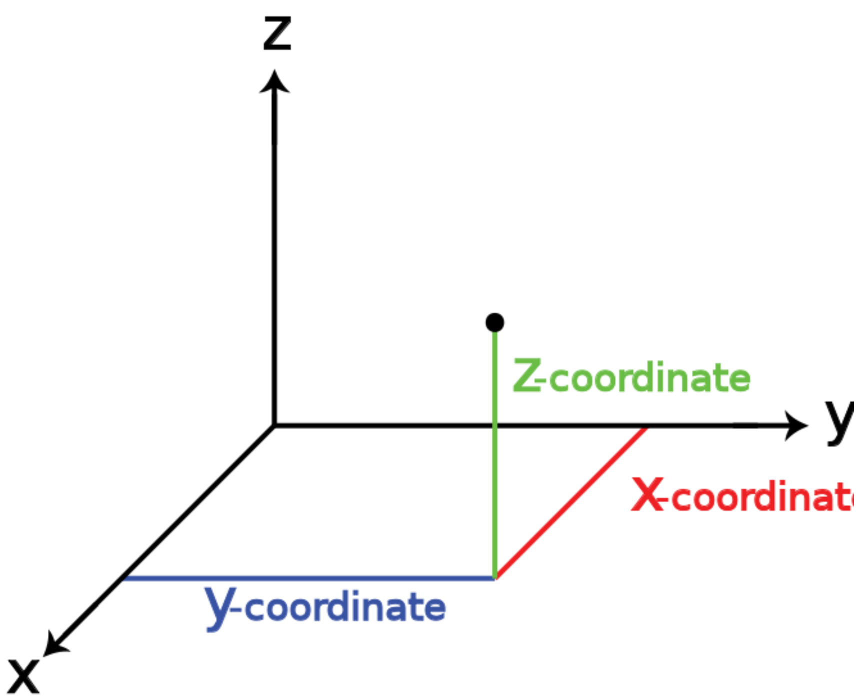


- პასუხი: მარჯვნიდან მარცხნივ (ჩვეულებრივი წერის სარკული ანარეკლი).



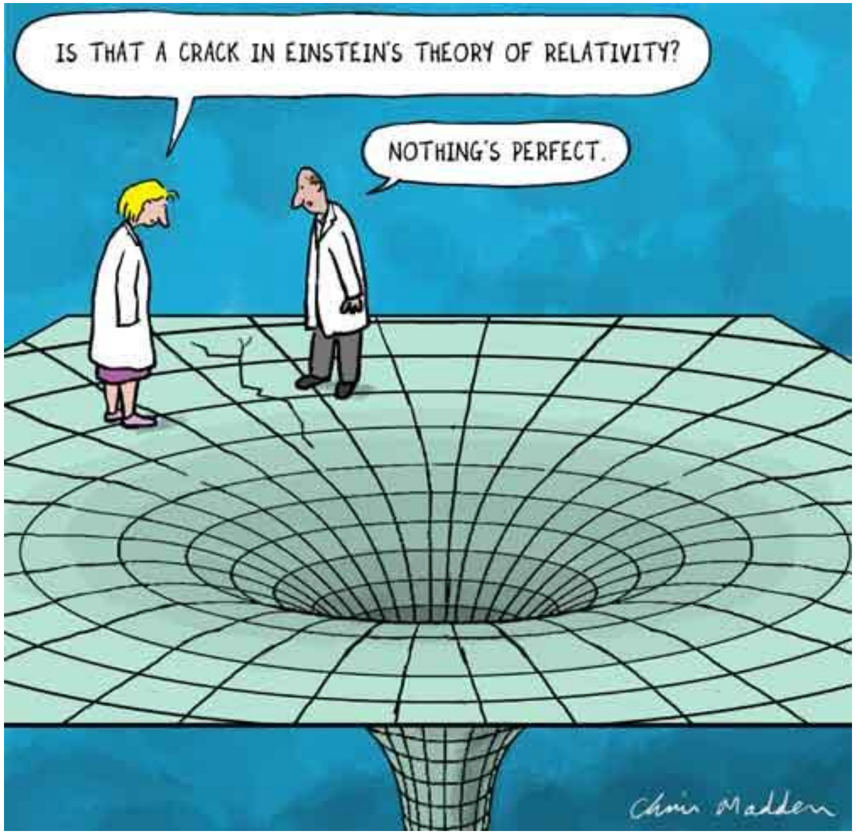
- მათემატიკური თვალსაზრისით 4–განზომილებიანი სივრცე 3–განზომილებიანი სივრცის ტრივიალური განზოგადებაა.

- 3 განზომილებაში ნებისმიერი წერტილი მოიცემა 3 კოორდინატით. ამ აზრით შეიძლება ვთქვათ, რომ რომ 3–განზომილებიანი სივრცის ელემენტები ეს არის ნამდვილი რიცხვების სამეულები: (x,y,z).

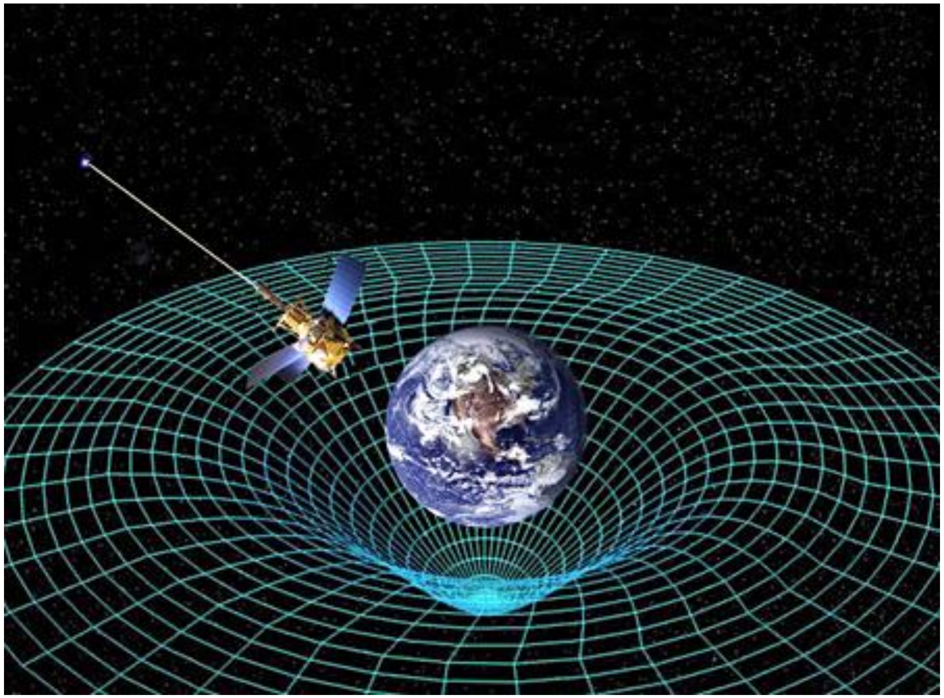


- 4 –განზომილებიანი სივრცე განიმარტება, როგორც ნამდვილი რიცხვების ოთხეულებისაგან შემდგარი სიმრავლე: (x,y,z,u).

- ანალოგიურად შეიძლება განვსაზღვროთ მათემატიკურად n–განზომილებიანი სივრცე ნებისმიერი ნატურალური n-ისთვის.

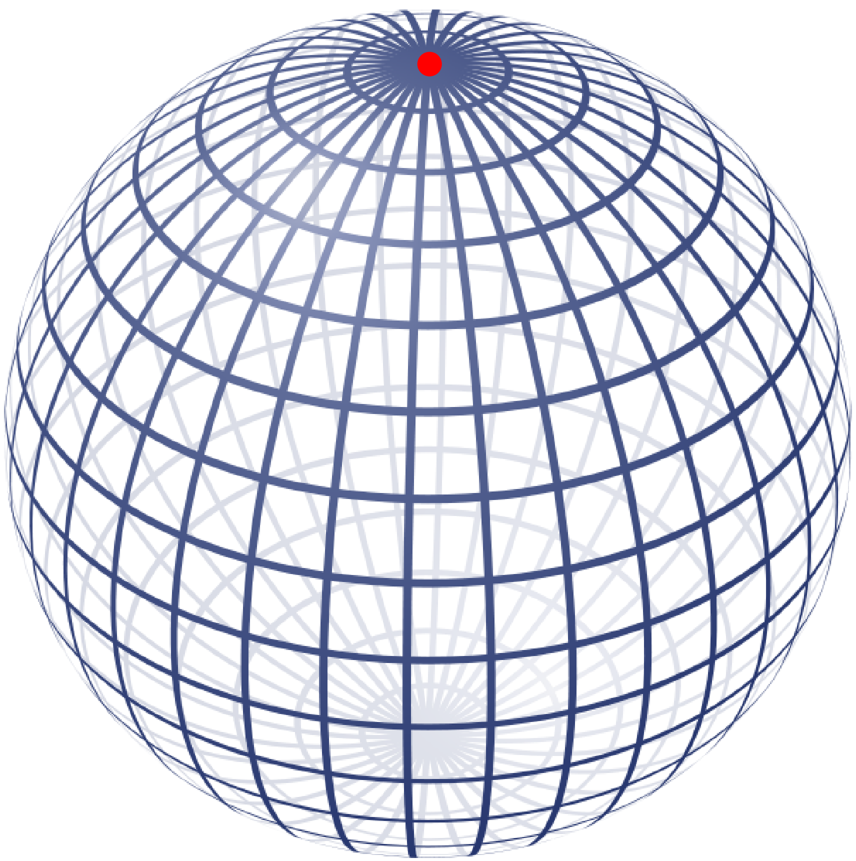


- არსებობს თუ არა 4 ან მეტ განზომილებიანი სივრცე ფიზიკურად?
- ჩვენ რამდენ განზომილებაში ვცხოვრობთ?
- როგორია ჩვენი სამყაროს გეომეტრია?
- ეს არის ფუნდამენტური კითხვები, რომელზედაც აბსოლიტურად ზუსტი პასუხის გაცემა შეუძლებელია.



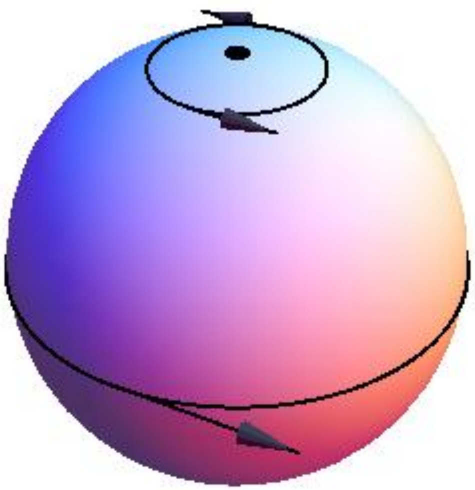
- აინშტაინის თეორიით ჩვენი სამყარო მათემატიკურად ოთგანზომილებიანი სფეროს ექვივალენტურია. (აქედან სამი სივრცული განზომილებაა და მეოთხე კი დრო). ამასთანავე ეს სამყარო გამრუდებულია.

- რას ნიშნავს, რომ სამყარო გამრუდებულია?



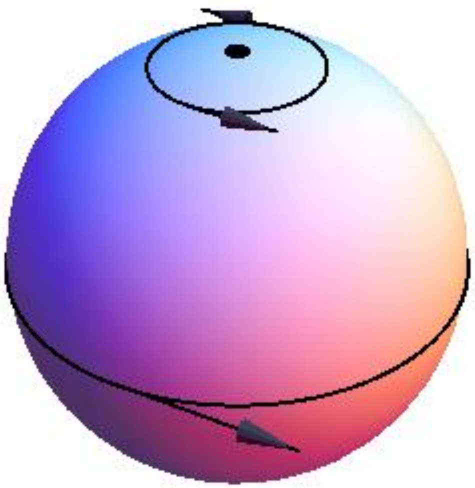
- დავუშვათ, რომ ფლეტლანდიელები ცხოვრობდნენ არა სიბრტყეზე, არამედ სფეროს ზედაპირზე. დავარქვათ ამას ფლეტლანდია 2 (ისევ ორ განზომილებიანი სამყარო).

- ისინი ვერაფერს ვერ აღიქვამენ ამ სფეროს გარეთ.



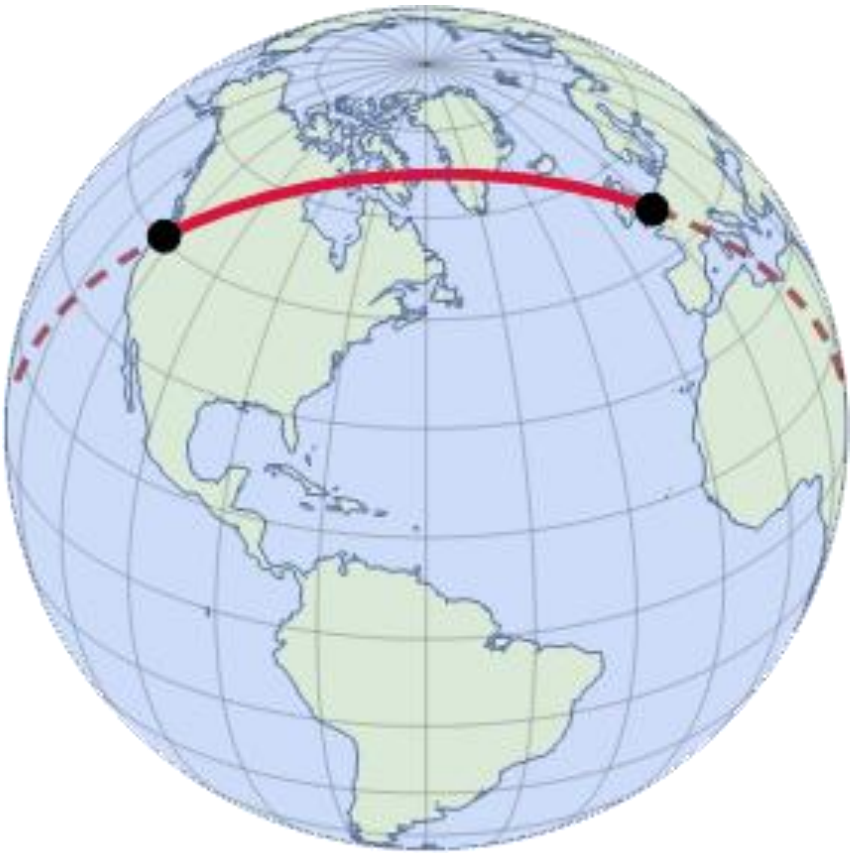
- დავუშვათ ფლეტლანდიელს, რომელსაც, მაგალითად, სახლი უდგას ჩრდილოეთ პოლუსზე, აქვს დიდი მრგვალი ეზო.

- მისი სახლი დგას ამ ეზოს ცენტრში. იქნება თუ არა ამ მრგვალი ეზოს პერიმეტრის შეფარდება მის რადიუსთან 2π–ის ტოლი?

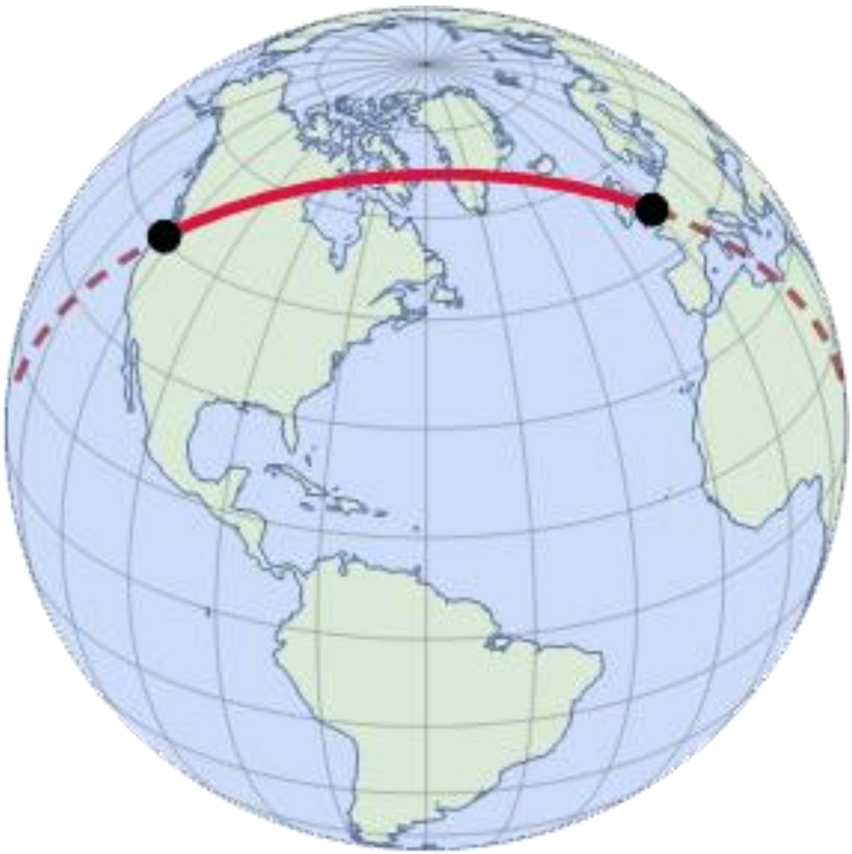


- არა, ეს შეფარდება იქნება 2π–ზე ნაკლები:

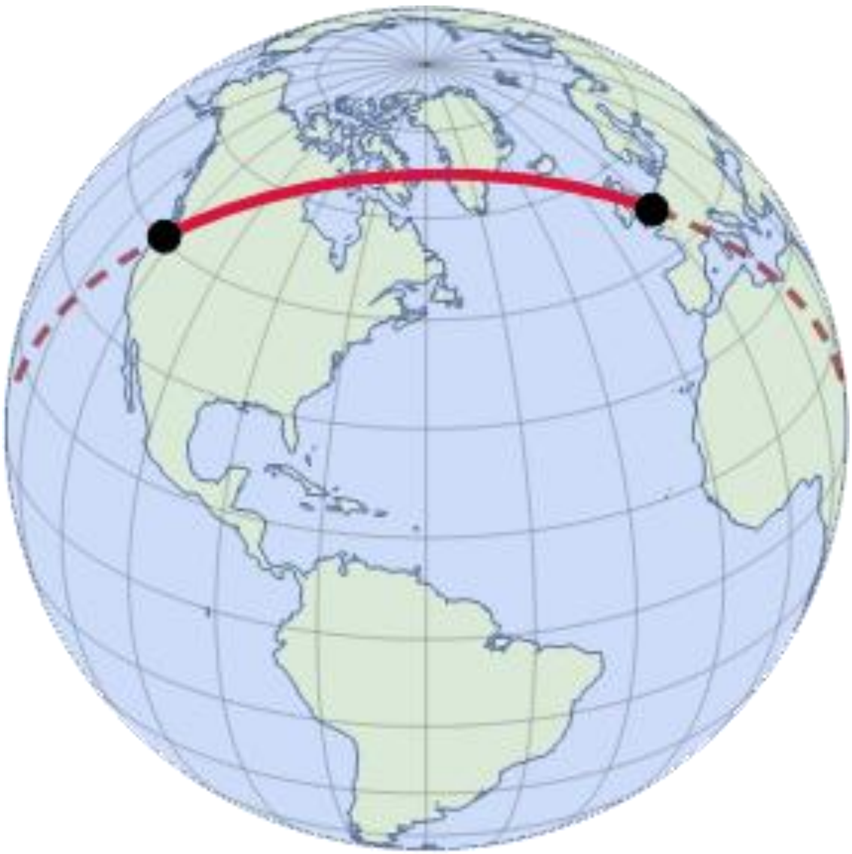
  საქმე იმაშია, რომ ფლეტლანდიელი ეზოს რადიუსს (მანძილს ჩრდილოეთ პოლუსიდან ეზოს ღობემდე) ზომავს სფეროს ზედაპირზე. მან ხომ სხვა სამყაროს არსებობა არ იცის.



- ზოგადად, მანძილი ორ წერტილს შორის სფეროს ზედაპირზე განისაზღვრება ისევე, როგორც მანძილი ორ ქალაქს შორის დედამიწის ზედაპირზე, როცა თვითმფრინავით მივფრინავთ (გეოდეზიური წირი).

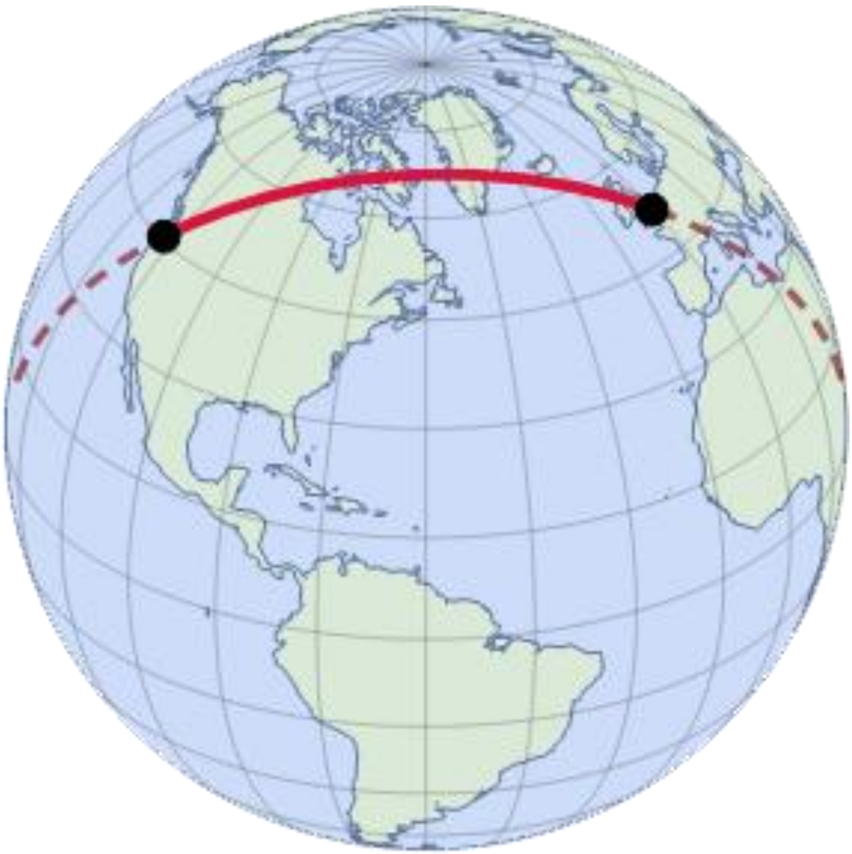


- როგორ ვიპოვოთ უმოკლესი გზა ორ წერტილს შორის? როგორ ავაგოთ ეს რკალი?



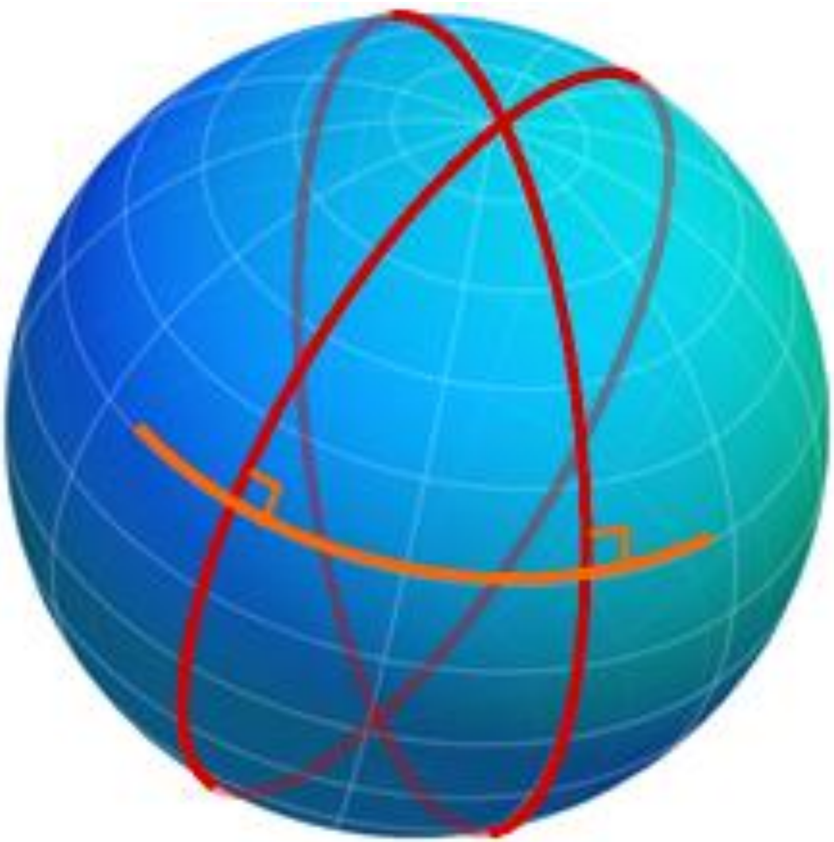
- გეომეტრიულად, ორ წერტილს შორის უმოკლესი გზა რომ ავაგოთ, უნდა ავიღოთ ეს ორი წერტილი და გავავლოთ მათზე სიბრტყე, რომელიც სფეროს ცენტრზე გადის. ამ სიბრტყის გადაკვეთა სფეროსთან არის წრეწირი.

- ასე მიღებული წრეწირებს ეწოდებათ დიდი წრეწირები. ამ წრეწირების რადიუსი სფეროს რადიუსის ტოლია.



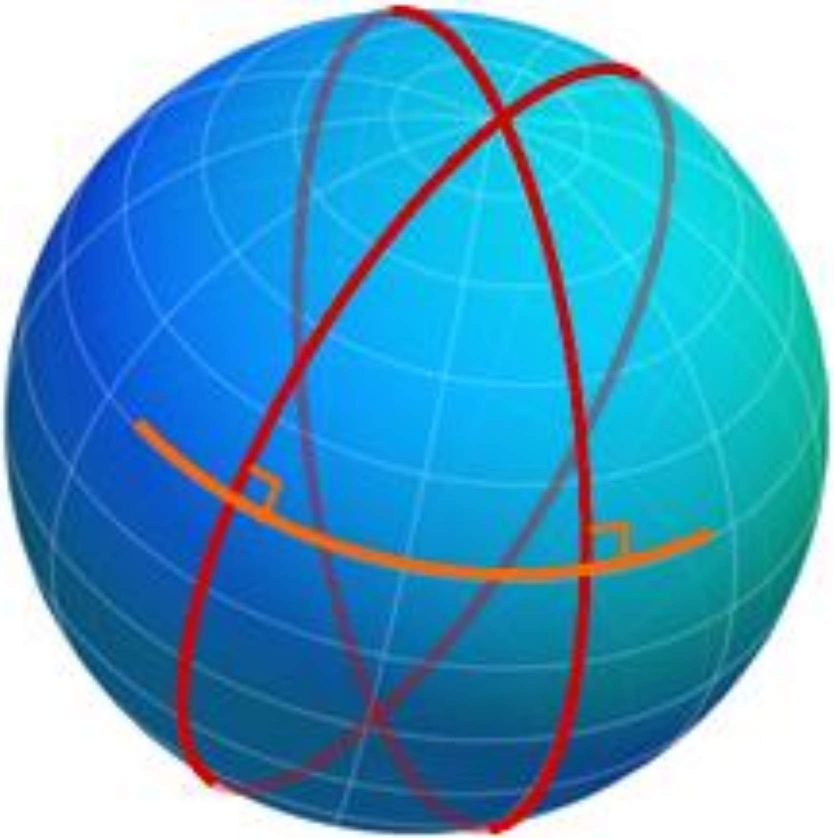
- ასე მიღებული სფერული გეომეტრია არის რიმანის გეომეტრიის მაგალითი. აქ წრფეების როლს ასრულებენ დიდი წრეწირები. რიმანის გეომეტრიაში წრფეები არიან არა უსასრულო, არამედ სასრული.

- სფერული გეომეტრია მნიშვნელოვანია ნავიგაციის საქმეში.



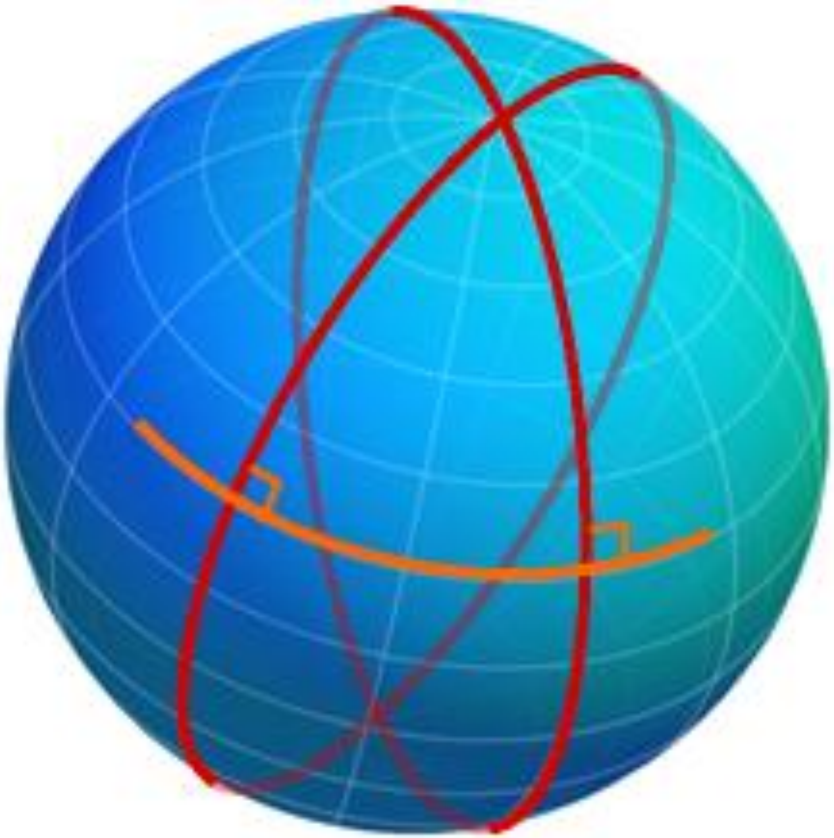
- ნებისმიერი ორი ასეთი წრფე გადაიკვეთება, ამიტომ წრფის გარეთ მდებარე წერტილზე არ გაივლება ამ წრფისადმი პარალელური ერთი წრფეც კი.

- ეს გეომეტრია არის არაევკლიდური გეომეტრიის ერთ–ერთი მაგალითი.



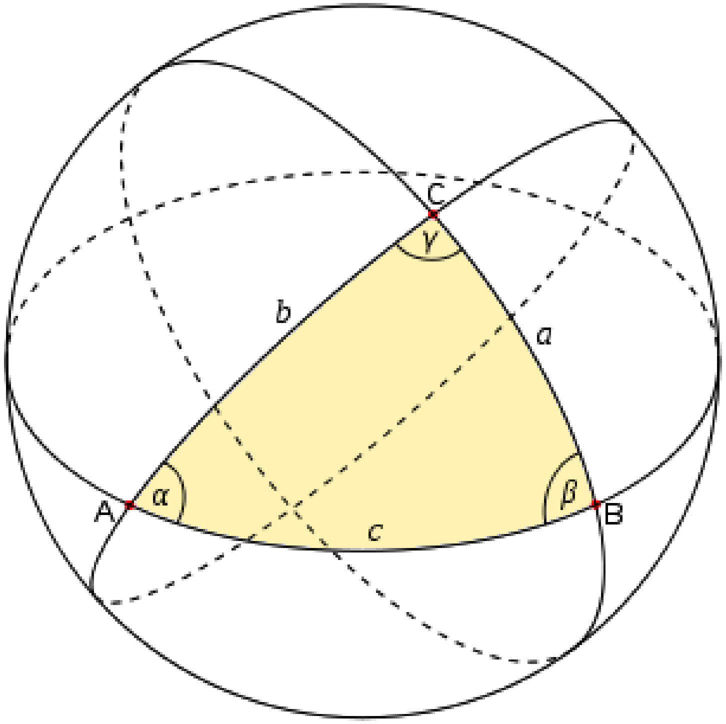
- თუ დიდ წრეწირებს დავარქმევთ წრფეებს, შეიძლება შემოწმება, რომ ეს გეომეტრია აკმაყოფილებს ევკლიდეს ყველა აქსიომას, გარდა მეხუთე აქსიომისა (პარალელურობის პოსტულატი), რომ:

  წრფის გარეთ მდებარე წერტილზე გაივლება ზუსტად ერთი ამ წრფის პარალელური წრფე.

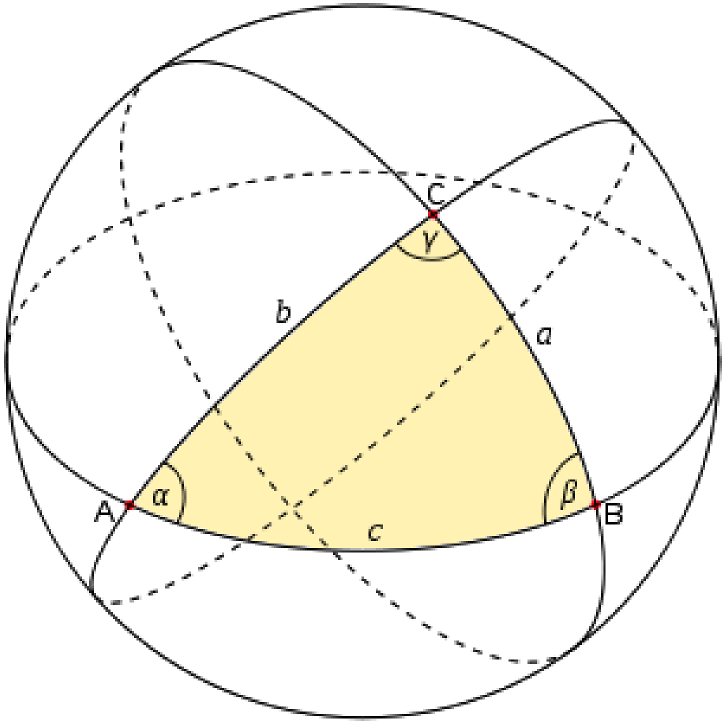


- ორი ათასწლეულზე მეტი ხნის განმავლობაში ცდილობდნენ დაემტკიცებინათ, რომ ევკლიდეს მეხუთე აქსიომა არ არის დამოუკიდებელი აქსიომა და რომ იგი გამომდინარეობს პირველი ოთხიდან.

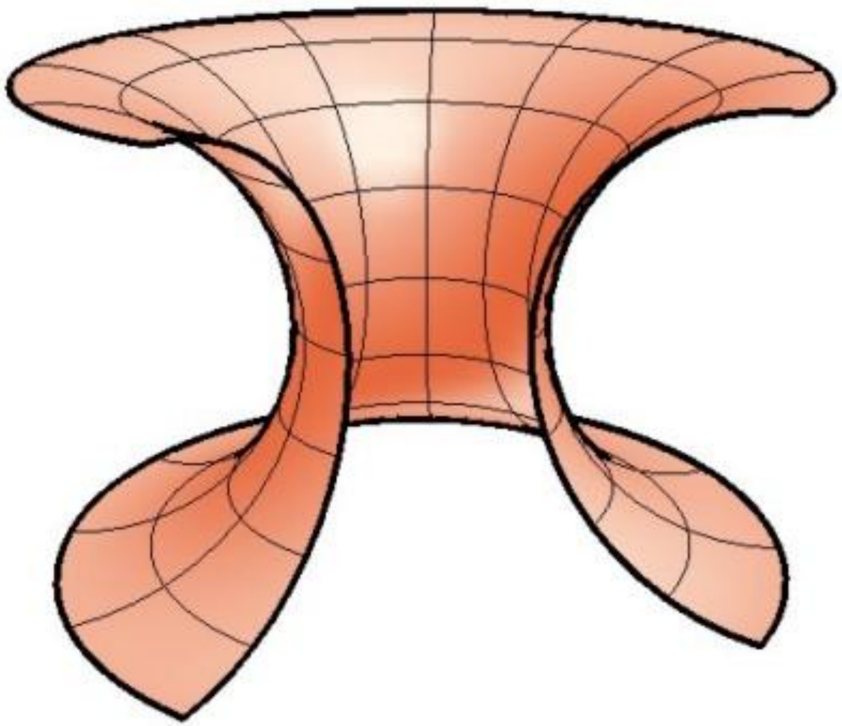
- ზემოთ აღწერილი გეომეტრია ასაბუთებს ამის შეუძლებლობას.



- იქნება თუ არა სამკუთხედის კუთხეების ჯამი 180 გრადუსი?

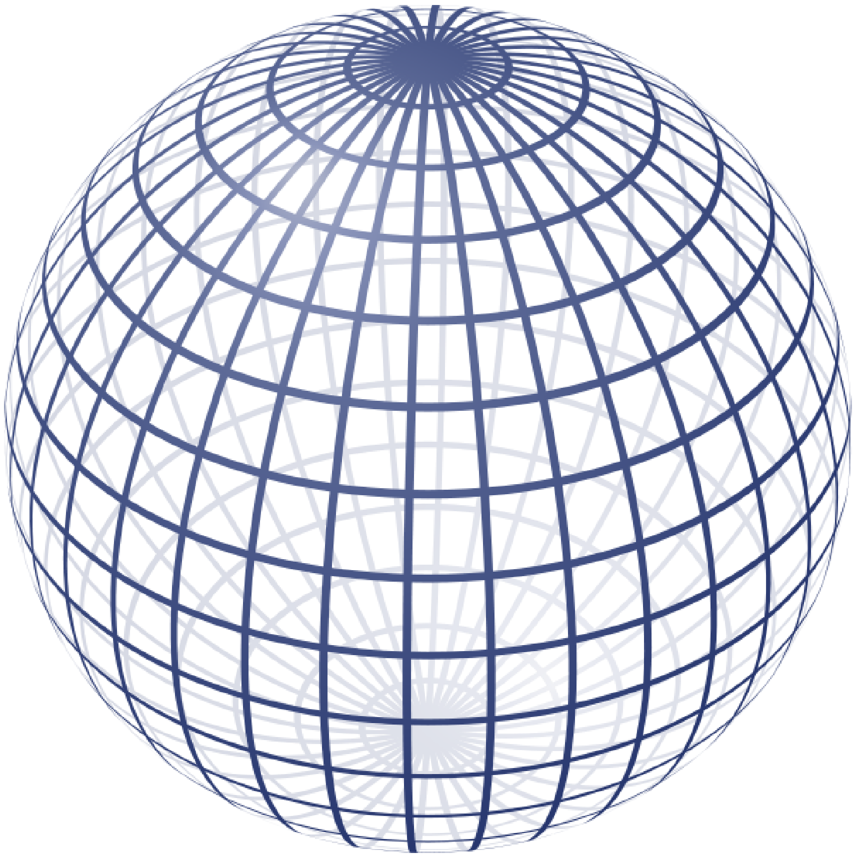


- სამკუთხედის კუთხეების ჯამი ყოველთვის 180 გრადუსზე მეტია.



- წრფეების განსაზღვრა გეოდეზიური წირების (უმოკლესი მანძილი) საშუალებით რიმანმა სხვა ზედაპირებზეც განაზოგადა.

- აინშტაინის ფარდობითობის ზოგად თეორიაში სივრცის გეომეტრია არის რიმანის გეომეტრია.



- აინშტაინის დიდი დამსახურება იყო აზრი, რომ გეომეტრია უნდა შეესაბამებოდეს რეალურ სამყაროს.

- მისგან განსხვავებით, ბევრი მათემატიკოსი თვლიდა, რომ ყველა გეომეტრია ერთნაირად საინტერესოა, თუკი მოცემული გეომეტრიის აქსიომათა სისტემა თავისუფალია წინააღმდეგობებისაგან.