

ალგებრასთან დაკავშირებული კომპეტენციები და მათემატიკური პროგრამული უზრუნველყოფის გამოყენება

შესავალი

სასწავლო პროცესში კომპიუტერული პროგრამის გამოყენებამ მოსწავლეს შეიძლება შესძინოს სასარგებლო გამოცდილება სასკოლო ალგებრის ამა თუ იმ საკითხის შესწავლისას, მაგრამ არ უნდა ველოდეთ, რომ ერთი რომელიმე სისტემა საკმარისი იქნება ალგებრის ყველა ასპექტის წარმოსაჩენად. ამ ნაშრომში ჩვენ მიმოვიხილავთ სასკოლო ალგებრის შემადგენელ ნაწილებს და ალგებრული საკითხების სწავლების დროს ისტ-ის გამოყენების ნიმუშებს, წარმოვაჩენთ სხვადასხვა ფორმატის პროგრამული უზრუნველყოფის დადებით და უარყოფით მხარეებს, აგრეთვე შევხებით სასწავლო პროცესში ალგებრასთან დაკავშირებული საგანმანათლებლო პროგრამული უზრუნველყოფის ეფექტიანი ინტეგრირების საკითხს.

რა არის სასკოლო ალგებრა?

სასკოლო ალგებრას შეგვიძლია შევხედოთ რამდენიმე თვალსაზრისით: როგორც ასოითი აღნიშვნების გამოყენებას სიდიდეების აღსანიშნავად, როგორც განტოლებების ამოხსნის ხერხთა ერთობლიობას, როგორც არითმეტიკის განზოგადებას და როგორც მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის ხერხების სისტემატიზაციას, კოდირებას და განზოგადებას. ფოკუსის გადატანა ამ მიდგომებიდან რომელიმე ერთზე (განსაკუთრებით - პირველზე), როგორც წესი, აქვეითებს მოსწავლის მოტივაციას და აფერხებს ალგებრის სწავლის პროცესს. ამდენად, ალგებრის სწავლებისას უნდა მოხდეს ოთხი ძირითადი ზოგადი ასპექტის გათვალისწინება: განზოგადება, პრობლემების გადაჭრა, მოდელირება და ფუნქციური წარმოდგენები.

განზოგადება

განზოგადება გულისხმობს ცალკეული შემთხვევების როგორც ზოგად თვისებათა გამოვლინების განხილვას. სხვა საშუალებებთან ერთად, ალგებრა გვთავაზობს ენას, რომლის მეშვეობითაც შესაძლებელია როგორც ამ განზოგადებათა აღწერა, ასევე მათით შემდგომი მანიპულირება ("ზოგადის დანახვა კონკრეტულში და კონკრეტულისა - ზოგადში"). მოსწავლეებისთვის ამ კომპლექსური უნარებისა და აღქმის ჩამოყალიბება საწყის ეტაპზე შესაძლოა რთული აღმოჩნდეს. სხვადასხვა ურთიერთდაკავშირებული ვითარების განხილვის შედეგად კანონზომიერებების დადგენა ზოგადობის დანახვის უნარის ჩამოყალიბების ერთ-ერთი ეტაპია, ხოლო უკვე დანახული კანონზომიერების აღწერის, დასაბუთების ცოდნა და მისი გამოყენება - კიდევ ერთი, ზოგჯერ - უფრო რთული საფეხური.

განვიხილოთ გამოსახულების ფაქტორიზაციის (მამრავლებად დაშლის) მაგალითი მარტივი რიცხვის შემთხვევაში. კომპიუტერული ალგებრის ისეთ სისტემის გამოყენებით, როგორიცაა *Maxima* (იხ. ნახ. 1), მოსწავლემ შესაძლოა ადვილად შეამჩნიოს ამ დაშლის ფორმისა და სტრუქტურის ერთგვაროვნება, მაგრამ უფრო რთული ამოცანაა ამის შემდგომი დასაბუთება და მისი გამოყენება სხვადასხვა შემთხვევაში.

```
(%i1) factor(x^3 - 1);
(%o1) (x - 1)(x^2 + x + 1)

(%i2) factor(x^5 - 1);
(%o2) (x - 1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)

(%i3) factor(x^7 - 1);
(%o3) (x - 1)(x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)

(%i4) factor(x^11 - 1);
(%o4) (x - 1)(x^10 + x^9 + x^8 + x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)

(%i5) factor(x^13 - 1);
(%o5) (x - 1)(x^12 + x^11 + x^10 + x^9 + x^8 + x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)

(%i6) factor(x^43 - 1);
(%o6) (x - 1)(x^42 + x^41 + x^40 + x^39 + x^38 + x^37 + x^36 + x^35 + x^34 + x^33 + x^32 + x^31 + x^30 + x^29 + x^28 + x^27 + x^26 + x^25 + x^24 + x^23 + x^22 + x^21 + x^20 + x^19 + x^18 + x^17 + x^16 + x^15 + x^14 + x^13 + x^12 + x^11 + x^10 + x^9 + x^8 + x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)
```

პრობლემების გადაჭრა

პრობლემების გადაჭრის როგორც მათემატიკის ერთ-ერთი ძირითადი ასპექტის კატეგორიზაცია არ შეიძლება ჩაითვალოს მარტივ საქმედ. ზოგიერთისთვის ეს გულისხმობს სიტყვიერად ჩამოყალიბებული ამოცანების ამოხსნას, ხოლო ზოგიერთისათვის - იმას, რომ პრობლემის ხასიათი უფრო "პრობლემური" უნდა იყოს. უკანასკნელ შემთხვევაში არ უნდა არსებობდეს პრობლემის გადაჭრის მზა ალგორითმი. უფრო მეტიც - თვით პრობლემის მათემატიკური ამოცანის ფორმით ჩამოყალიბება უნდა წარმოადგენდეს პრობლემას.

განვიხილოთ პრობლემის გადაჭრისადმი სხვადასხვა მიდგომის რეალიზაციის მაგალითი.

ბავშვების სამ ჯგუფს 100 ცალი კანფეტი გაუნაწილეს. მეორე ჯგუფს ოთხჯერ მეტი კანფეტი შეხვდა, ვიდრე პირველს, მესამე ჯგუფს კი ათი კანფეტით მეტი, ვიდრე მეორეს. რამდენი კანფეტი შეხვდა თითოეულ ჯგუფს?

არსებობს ამ ამოცანის ამოხსნის სხვადასხვა ხერხი. რა თქმა უნდა, ყველა მათგანს არ შეიძლება ეწოდოს ალგებრული. მაგალითად, ერთ-ერთი ხერხი, რომელიც, არსებითად, არ არის ალგებრული, გულისხმობს ამოხსნის დაწყებას კონკრეტული სიდიდეებით და სწორი პასუხის მიღებას მათი შემდგომი კორექციის გზით. ამის შემდეგ ამონახსნის მიღება შესაძლებელია მრავალჯერადი ცდის შედეგად, ამოცანის პირობაში მოცემული შეზღუდვების გათვალისწინებით. ამ მიდგომისას საკმაოდ ეფექტიანად შეიძლება ელექტრონული ცხრილის გამოყენება.

პირველი ჯგუფი	მეორე ჯგუფი	მესამე ჯგუფი	ჯამი
20	80	90	190
19	76	86	181
18	72	82	172
17	68	78	163
16	64	74	154
15	60	70	145
14	56	66	136
13	52	62	127
12	48	58	118
11	44	54	109
10	40	50	100
9	36	46	91

ალგებრული მიდგომის არსი, რა თქმა უნდა, არის უცნობი სიდიდის შერჩევა და ამ სიდიდისთვის ასოითი აღნიშვნის, x -ის გამოყენება. კერძოდ, თუ პირველი ჯგუფის მიერ მიღებული კანფეტების რაოდენობას აღვნიშნავთ x -ით, მაშინ ამოცანის პირობაში გადმოცემულ ურთიერთდამოკიდებულებათა გათვალისწინებით, მოსწავლეებმა შესაძლოა შეადგინონ და ამოხსნან განტოლება: $x + 4x + (4x + 10) = 100$.

როგორც კვლევები აჩვენებს, როდესაც მოსწავლეები იწყებენ ამოცანის ამოხსნას ცდის ხერხის გამოყენებით და იშველიებენ ელექტრონულ ცხრილს, ისინი ბუნებრივად მიდიან ალგებრული მიდგომის აღმოჩენისკენ. ამავე დროს, საინტერესოა ისიც, რომ ის მოსწავლეები, რომლებმაც უკვე იციან ალგებრული, შეიძლება ითქვას, მზა ალგორითმული ხერხი, ნაკლებად მოტივირებულები არიან ცდის ხერხის, ელექტრონული ცხრილის, გამოყენებისთვის. ეს უკანასკნელი კი სწორედ კვლევის უნარის განვითარების ხელშეწყობას ემსახურება.

იგივე შეიძლება ითქვას ზოგადად იმ შემთხვევებზე, როდესაც მოსწავლეებისთვის ალგებრის სწავლება იწყება ამ სახის ამოცანებისა და მათი მზა რეცეპტებით ამოხსნის ხერხების ათვისებით.

მოდელირება

მოდელირება ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი აქტივობაა, მაგრამ მისი დახასიათება საკმაოდ რთულია. მის ძირითად დახასიათებლებად მიიჩნევა რეალურ ვითარებასთან დაკავშირებულ კითხვებზე პასუხის გაცემა და კონკრეტული ვითარების გამოსახვა მათემატიკური მოდელისა და სიმბოლური წარმოდგენების საშუალებით, რის შემდეგაც საჭიროა თავდაპირველი ვითარებისკენ შემობრუნება და მათემატიკური მეთოდებით მიღებული შედეგის ინტერპრეტაცია ამ რეალური ვითარების კონტექსტში.

განათლების სპეციალისტები მოდელირებას ახასიათებენ როგორც მათემატიკური ხასიათის თხრობის (სიტყვიერი აღწერის) აგების პროცესს. ამის ერთ-ერთი მაგალითია შემთხვევა, როდესაც მოსწავლეს შეუძლია რეალურ ვითარებასთან დაკავშირებული გრაფიკების ამოცნობა და ინტერპრეტირება. ამ სახის აქტივობა გულისხმობს მოძრაობის სენსორების საშუალებით შეტანილი მონაცემების საფუძველზე მიღებული გრაფიკების შესწავლის შედეგად მოსწავლეთა მიერ ამგვარი გრაფიკების ამოცნობის მდიდარი გამოცდილების შეძენას. მაგალითად შეგვიძლია მოვიხმოთ თვით მოსწავლის გადაადგილების გრაფიკი, როდესაც იგი შორდება და მერე ისევ უახლოვდება მოძრაობის სენსორს. ამ სახის აქტივობის მთავარი უპირატესობა ის არის, რომ მოსწავლე თვითონ მონაწილეობს ექსპერიმენტში და დაუყოვნებლივ იღებს უკუგებას.

ამ სახის აქტივობა მოსწავლის მიერ ცოდნის მიღებაზე ოთხგვარ გავლენას ახდენს:

- . ძირითადი ფოკუსის გადატანა ცალკეულ ცვლადებს შორის შინაგანი დამოკიდებულებიდან (მაგალითად, მანძილი/დრო) სხვადასხვა წარმოდგენას შორის არსებულ დამოკიდებულებაზე: სიტყვიერი აღწერა, გრაფიკული წარმოდგენა და ასოიითი წარმოდგენა;

- . ცვლადების დაკავშირება რეალურ ხდომილებებთან;

- . ერთი და იმავე ვითარების სხვადასხვაგვარი სიტყვიერი აღწერა;

- . სიტყვიერი აღწერის საშუალებით სხვადასხვა ცნებასა და ობიექტს შორის (მაგ., მანძილი, მიმართულება, სიჩქარე და აჩქარება) ურთიერთმიმართების წარმოჩენა.

ფუნქციები

ფუნქციური მიდგომა ალგებრაში იმაზეა ორიენტირებული, რომ მოსწავლეს შესძინოს ფუნქციებსა და ფუნქციათა ოჯახებთან მუშაობის გამოცდილება რეალური ვითარების კონტექსტში. ეს მიდგომა დამახასიათებელია თანამედროვე მათემატიკისთვის და მას, როგორც წესი, თან ახლავს ფუნქციის წარმოდგენის ხერხების გავრცელებული სამეული: ცხრილი, გრაფიკი და ასოიითი გამოსახულება. მოსწავლის მიერ მოვლენის ან ვითარების გააზრება გულისხმობს, რომ მას შეუძლია ამ სამი წარმოდგენის გამოყენება და მათ შორის ურთიერთკავშირის დადგენა. სამივე წარმოდგენის სრულყოფილი ფლობა აუცილებელია, რადგან თითოეული მათგანი წარმოაჩენს შესასწავლი მოვლენის სხვადასხვა ასპექტს. ალგებრისადმი ამგვარი მიდგომის დროს განსაკუთრებულ მნიშვნელობას იძენს ინფორმაციულ-საკომუნიკაციო ტექნოლოგიებისა და შესაბამისი პროგრამული უზრუნველყოფის გამოყენება (ელექტრონული ცხრილი, გრაფიკების ასაგები პროგრამა და კომპიუტერული ალგებრის სისტემა).

ისტ-ის გამოყენება შესაძლებელია ოთხივე ამ მიდგომის დროს, თუმცა ამგვარი კატეგორიზაცია ცხადად არ განიხილავს ალგებრის როგორც განტოლებების ამოხსნის საშუალებათა ერთობლიობის სრულყოფილ ფლობას, რაც, ტრადიციისამებრ, სასკოლო მათემატიკის ერთ-ერთი ძირითადი ორიენტირია. გარდა ამისა, შევნიშნავთ, რომ ეს ოთხი კატეგორია არ არის ურთიერთგამომრიცხავი და ხშირად ურთიერთკავშირშიც კია. მაგალითად, მოდელირება ხშირად მოიცავს ფუნქციების გამოყენებას, პრობლემების გადაჭრა მოიცავს განზოგადებას.