

ზაქარია გიუნაშვილი

„უცნაური“, მაგრამ საინტერესო საკითხები ალბათობის თეორიიდან

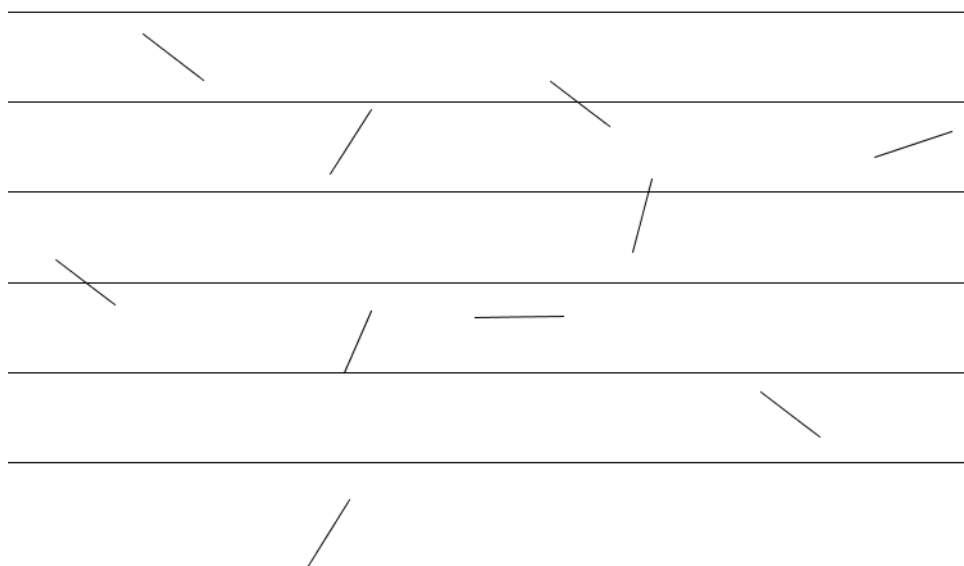
ალბათობის ცნებას, ასე თუ ისე, ყველა იცნობს. მიუხედავად ამისა, ამ ტერმინის ზუსტი განსაზღვრების ძიებისას სხვადასხვა ფორმულირებას ვაწყდებით. ალბათობა ყოველ ნაბიჯზე გვხვდება. იგი მოვლენის (ხდომილების) მოხდენის შესაძლებლობის გაზომვასთანაა დაკავშირებული, გაზომვა კი ყოველთვის რიცხვით სიდიდეს უკავშირდება. მაგალითად, როდესაც ლატარიის მოგების შესაძლებლობაზე ვსაუბრობთ, საქმე გვაქვს ალბათობასთან, ე.ი. მოგების შესაძლებლობის გაზომვასთან. ამ შესაძლებლობის გაზომვისთვის სხვადასხვა ხერხს იყენებენ. მრავალი მათგანი წმინდა მათემატიკურია. ხშირად ალბათობის (ე.ი. მოვლენის შესაძლებლობის ზომის) დასადგენად აუცილებელია მონაცემების შეკრება, დაკვირვება. მაგალითად, სამედიცინო დასკვნის გამოსატანად, ამინდისა თუ სოციალური პროგნოზის გასაკეთებლად. თუმცა შეკრებილი მონაცემების დამუშავება და მათ საფუძველზე პროგნოზირება ყოველთვის მოითხოვს იმ მათემატიკური აპარატის გამოყენებას, რომელსაც ალბათობის თეორია ეწოდება. ეს აპარატი ხშირად ძალზე უცნაური და საინტერესო შედეგის მიღების შესაძლებლობას გვაძლევს.

„ჭკვიანი“ ნემსი (ბიუფონის ამოცანა)

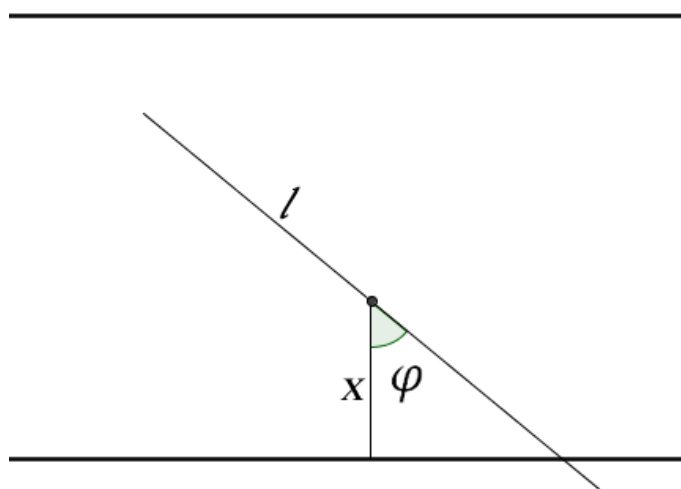
სასკოლო მათემატიკის საკითხებში ოდნავ მაინც ჩახედული მკითხველისთვის, რა თქმა უნდა, ცნობილია წრეწირის სიგრძის გამოსათვლელი ფორმულა $S = 2\pi R$, სადაც π არის ტრანსცენდენტური რიცხვი, რომლის მიახლოებითი მნიშვნელობა მეასედებამდე სიზუსტით 3.14-ის ტოლია. არსებობს ამ რიცხვის მაღალი სიზუსტით გამოთვლის მრავალი ხერხი. ერთ-ერთი მათგანი ჩვეულებრივი საკერავი ნემსის გამოყენებას მოითხოვს.

ფურცელზე გავავლოთ რამდენიმე ურთიერთპარალელური წრფე შემდეგი წესების დაცვით:

1. წრფეებს შორის მანძილი იყოს ერთმანეთის ტოლი;
2. ორ მეზობელ წრფეს შორის მანძილი აღემატებოდეს ნემსის სიგრძეს;
3. ფურცელი იყოს იმდენად დიდი, რომ მასზე შემთხვევით ნასროლი ნემსი არ დაეცეს ფურცლის გარეთ.



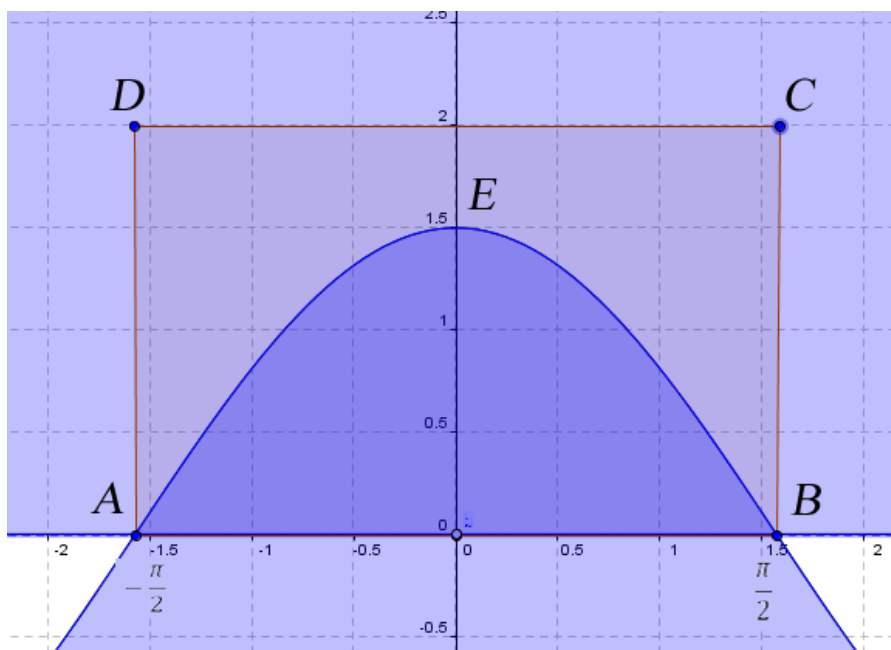
დავუშვათ, მანძილი პარალელურ წრფეებს შორის a -ს ტოლია, ხოლო ნემსის სიგრძე l -ის ტოლი ($l < a$). ფურცელზე შემთხვევით ნასროლი ნემსის მდებარეობა განისაზღვრება x მანძილით მისი შუაწერტილიდან უახლოეს წრფემდე და φ კუთხით, რომელსაც ნემსი ქმნის მისი შუაწერტილიდან წრფისადმი დაშვებულ მართობთან.



ცხადია, სრულდება ასეთი უტოლობები:

$$0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, \quad -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}.$$

ავაგოთ $x = \frac{l}{2} \cos(\varphi)$ დამოკიდებულების გრაფიკი



განვსაზღვროთ A ხდომილების ალბათობა.

$A =$ შემთხვევითი წასროლი ნემსი გადაკვეთს ერთ-ერთ წრფეს.

ამ შემთხვევაში საქმე გვაქვს გეომეტრიულ ალბათობასთან. კერძოდ, ნემსის მდგომარეობა, როდესაც იგი გადაკვეთს რომელიმე წრფეს, განისაზღვრება ასეთი უტოლობით:

$$x \leq \frac{l}{2} \cos(\varphi).$$

ამ პირობას აკმაყოფილებს ყველა ის წერტილი, რომელიც ნახაზზე გამოსახულია გამუქებული ABE მრუდწირული არის სახით. ხოლო ნემსის ყველა შესაძლო მდებარეობა აღიწერება $ABCD$ მართკუთხედის საშუალებით. აქედან გამომდინარე, A ხდომილების

ალბათობა გამოითვლება შეფარდებით $P(A) = \frac{S(ABE)}{S(ABCD)}$. სადაც S აღნიშნავს ფართობს.

ცხადია, რომ $ABCD$ მართკუთხედის ფართობი ტოლია $\frac{\pi}{2}$ -ისა, ხოლო $S(ABE)$ გამოითვლება მრუდწირული ფიგურის ფართობების გამოსათვლელი ფორმულით:

$$S(ABE) = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{l}{2} \cos(\varphi) d\varphi = \frac{l}{2} \left(\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) \right) = l.$$

აქედან გამომდინარე, სამიებული ალბათობა უდრის $P(A) = \frac{2l}{a\pi}$. ესტოლობა შეიძლება ასე ჩავწეროთ: $\pi = \frac{2l}{aP(A)}$, რაც საშუალებას მოგვცემს, მიახლოებით გამოვთვალოთ π რიცხვის მნიშვნელობა. მაგალითად, თუ ექსპერიმენტის დროს ნემსი ფურცელზე დავაგდეთ n -ჯერ და მან გადაკვეთა წრფე m -ჯერ, მაშინ შეგვიძლია გამოვიყენოთ მიახლოებითი ტოლობა $\pi \approx \frac{2ln}{am}$. მკითხველს ვთავაზობთ, თავად დარწმუნდეს, რამდენად „ჭკვიანია“ ჩვეულებრივი საკერავი ნემსი და როგორ შეუძლია მას დაეხმარება π რიცხვის მიახლოებითი მნიშვნელობის გამოთვლაში. ცხადია, არ უნდა დაგვავიწყდეს, რომ ჩატარებული ცდების რაოდენობა უნდა იყოს საკმაოდ დიდი. მაგალითად, თუ ნემსს ფურცელზე დავაგდებთ დაახლოებით 1000-ჯერ, შედეგი შეიძლება იყოს 3.1419.

შევალიე დე მერეს ამოცანა

შუა საუკუნეებში არისტოკრატულ საზოგადოებაში საკმაოდ გავრცელებული იყო აზარტული თამაშები. მათი ცნობილი მიმდევარი გახლდათ ფრანგი შევალიე დე მერე, ცნობილი ფრანგი მათემატიკოსის, პასკალის, ახლო მეგობარი. დე მერე მხოლოდ თამაშით კი არ იყო გატაცებული, არამედ კანონზომიერებათა აღმოჩენასაც ცდილობდა, თუმცა მას არ ჰქონდა საკმარისი ცოდნა ამ კანონზომიერებათა ასახსნელად და დასასაბუთებლად. ამისთვის იგი ხშირად მიმართავდა თავის მეგობარ პასკალს.

დე მერე თამაშის დროს თავის პარტნიორებს ასეთ პირობას თავაზობდა: იგი 24-ჯერ გააგორებს კამათლების წყვილს და მოგებულად ჩაითვლება, თუ თუნდაც ერთხელ მოუვა წყვილი 6-იანი; მისი მოწინააღმდეგე გააგორებს 4 კამათელს მხოლოდ ერთხელ და მოგებულად ჩაითვლება, თუ ერთი 6-იანი მაინც მოუვა.

ერთი შეხედვით შეიძლება მოგვეჩვენოს, რომ დე მერეს უპირატესობა ჰქონდა - იგი ხომ 24-ჯერ აგორებდა კამათლებს, ხოლო მისი მოწინააღმდეგე მხოლოდ ერთხელ. მიუხედავად ამისა, პრაქტიკამ აჩვენა, რომ დე მერე უფრო ხშირად აგებდა, ვიდრე იგებდა. გაცეხულმა დე მერემ პასკალს მიმართა. პასკალმა სათანადო გამოთვლები შეასრულა და მათემატიკურად დაუსაბუთა პრაქტიკაში მიღებული შედეგის სამართლიანობა. ეს გამოთვლები დაახლოებით ასე გამოიყურებოდა:

დავუშვათ, A არის ასეთი ხდომილება: $A =$ „კამათლის წყვილის 24-ჯერ გაგორებისას თუნდაც ერთხელ მოვა წყვილი 6-იანი“, ხოლო B - ასეთი: $B =$ „ოთხი კამათლის ერთხელ გაგორებისას მოვა ერთი 6-იანი მაინც“. A ხდომილების საწინააღმდეგო ხდომილება ასეთია: $\bar{A} =$ „კამათლის წყვილის 24-ჯერ გაგორებისას ერთხელაც არ მოვა 6-იანების წყვილი“. $\bar{A}_i$ -ით აღვნიშნოთ ხდომილება „ i -ური გაგორებისას არ მოვა 6-იანების წყვილი“. ცხადია, რომ $\bar{A}$ ხდომილება არის $\bar{A}_i$ ხდომილებათა ნამრავლი, ხოლო ეს ხდომილებები დამოუკიდებელია. აქედან გამომდინარე, გვაქვს $P(A) = P(\bar{A}_1 \bar{A}_2 \dots \bar{A}_{24}) = P(\bar{A}_1)P(\bar{A}_2) \dots P(\bar{A}_{24})$.

ასევე ცხადია, რომ $P(\overline{A_1}) = \overline{A_2} = \dots = P(\overline{A_{24}})$. ამიტომ შეგვიძლია ჩავწეროთ:

$$P(A) = P(\overline{A_1})^{24}.$$

გამოვთვალოთ ალბათობა $P(\overline{A_1})$. ცხადია, რომ კამათლის წყვილის აგდებისას ელემენტარულ ხდომილებათა სივრცის ელემენტების რაოდენობა 36-ის ტოლია. ამ ხდომილებებს შორის ისეთ ხდომილებათა რაოდენობა, რომლებშიც არ მოვიდა 6-იანების წყვილი, უდრის 35-ს. ე.ი. შეგვიძლია ჩავწეროთ:

$$P(\overline{A_1}) = \frac{35}{36} \Rightarrow P(A) = \left(\frac{35}{36}\right)^{24}.$$

ამიტომ შევალიე დე მერეს წარმატების ალბათობა იქნება

$$P(A) = 1 - \left(\frac{35}{36}\right)^{24} \approx 0.491404.$$

ახლა გამოვთვალოთ დე მერეს მოწინააღმდეგის წარმატების ალბათობა.

ცხადია, რომ B ხდომილების საწინააღმდეგო ხდომილება არის $\overline{B} =$ „4 კამათლის გაგორებისას ერთი 6-იანიც კი არ მოვიდა“. დავუშვათ, $\overline{B_i}$ არის ხდომილება „ i -ურ კამათელზე არ მოვიდა 6-იანი“. ცხადია, რომ $\overline{B}$ ხდომილება არის ამ ხდომილებების ნამრავლი, ეს ხდომილებები კი ურთიერთდამოუკიდებელია. ამიტომ გვექნება:

$$P(B) = P(\overline{B_1}) \cdot P(\overline{B_2}) \cdot P(\overline{B_3}) \cdot P(\overline{B_4}).$$

ამასთან, ეს ხდომილებები თანაბრად შესაძლებელია. ე.ი. შეგვიძლია დავწეროთ:

$$P(B) = P(\overline{B_1})^4.$$

ახლა გამოვთვალოთ $P(\overline{B_1})$. ცხადია, რომ კამათლის გაგორებისას ელემენტარულ ხდომილებათა სივრცის ელემენტების რაოდენობა 6-ის ტოლია, ხოლო 6-იანის არმოსვლის შემთხვევების რაოდენობა - 5-ისა, ამიტომ გვექნება:

$$P(\overline{B_1}) = \frac{5}{6} \Rightarrow P(B) = \left(\frac{5}{6}\right)^4.$$

ასე რომ, დე მერეს მოწინააღმდეგის წარმატების ალბათობა იქნება

$$P(B) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^4 \approx 0.517747.$$

ამრიგად, აღმოჩნდა, რომ $P(A) < P(B)$, რაც იმას ნიშნავს, რომ პრაქტიკაში მიღებული შედეგი, რომელმაც დე მერეს გაკვირვება გამოიწვია, სავსებით შეესაბამებოდა თეორიას, რაც მეცნიერულად დასაბუთდა.

ვინ დაიხურავს საკუთარ ქუდს?

ცივი ზამთრის ერთ საღამოს მონადირეთა საზოგადოების წევრები ქალაქგარეთ შეიკრიბნენ, რათა განვლილი სეზონის შესახებ ემსჯელათ. შეკრების ადგილას საკმაოდ ციოდა, ამიტომ მონაწილეები შენობაში ქურქით შედიოდნენ, მაგრამ ქუდებს შესასვლელში ტოვებდნენ. შეკრება დასამუშავებლად გაგრძელდა და უკვე მთავრდებოდა, როდესაც შენობაში სინათლე ჩაქრა. მონადირეებმა დაშლა დაიწყეს, მაგრამ სიბნელეში ქუდების გარჩევა შეუძლებელი აღმოჩნდა. მათ გადაწყვიტეს, საკუთარი ქუდების ძებნაში დრო არ დაეკარგათ და თითოეულმა მათგანს დაეხურა პირველივე ქუდი, რომელიც ხელთ მოხვდებოდა. ქუდებს გაცვლიდნენ, როდესაც კვლავ შეხვდებოდნენ ერთმანეთს. ამ წინადადებას ყველა დაეთანხმა, ერთ-ერთმა მათგანმა კი ხუმრობით დააიმიდა კოლეგები: „თითქმის დარწმუნებული ვარ, რომ რომელიმე ჩვენგანს საკუთარი ქუდი შეხვდება“. მოდი, გავარკვიოთ, რამდენად საფუძვლიანია ამ მონაწილის ვარაუდი.

პირველ რიგში, შეკრების მონაწილეები გადავნიშნოთ: 1, 2, 3, ..., n . დავუშვათ, A_i არის ხდომილება „შეკრების i -ურმა მონაწილემ დაიხურა საკუთარი ქუდი“. ხდომილება $A = A_1 + A_2 + \dots + A_n$, რომელიც სიტყვიერად ასე ჩამოყალიბდება: „შეკრების ერთმა მონაწილემ მაინც დაიხურა საკუთარი ქუდი“, არის სწორედ ის ხდომილება, რომლის ალბათობაც გვინტერესებს. ვინაიდან $A_1, A_2, \dots, A_n$ ხდომილებები არ არის არათავსებადი, მათი ჯამის ალბათობის გამოთვლა არც ისე მარტივია. ალბათობათა ჯამის ფორმულის თანახმად, გვაქვს ასეთი ტოლობა:

$$P(A) = P(A_1) + \dots + P(A_n) - (P(A_1 A_2) + \dots + P(A_{n-1} A_n)) + \dots \pm P(A_1 A_2 \dots A_n).$$

როგორც გვახსოვს, ამ ტოლობის მარჯვენა ნაწილი შედგება ნიშანცვლადი ჯამებისგან, თითოეული შესაკრები არის $A_1, A_2, \dots, A_n$ ხდომილებებიდან რამდენიმე ხდომილების ნამრავლის ალბათობა და ჯამში შედის დადებითი ნიშნით თუ ნამრავლში მონაწილე ხდომილებათა რაოდენობა კენტი და უარყოფითით, როდესაც ხდომილებათა რაოდენობა ლუწია. ჯამში მონაწილეობს ამ ხდომილებების ყველა შესაძლო კომბინაცია.

ცხადია, რომ როდესაც ხდომილებათა რაოდენობები ერთმანეთის ტოლია, შესაბამისი ალბათობებიც ტოლია:

$$P(A_1) = P(A_2) = \dots = P(A_n);$$

$$P(A_1 A_2) = P(A_i A_j);$$

$$P(A_1 A_2 \dots A_k) = P(A_{i_1} A_{i_2} \dots A_{i_k}).$$

n ცალი ქუდი n მონაწილეს შორის შეიძლება გადანაწილდეს $n!$ სხვადასხვა ხერხით. თუ რომელიმე ერთ მონაწილეს შეხვდა თავისი ქუდი, მაშინ დარჩენილი $n-1$ ცალი ქუდი შეიძლება გადანაწილდეს $(n-1)!$ ხერხით. ამიტომ გვექნება

$$P(A_i) = \frac{(n-1)!}{n!}.$$

თუ რომელიმე ორი მონაწილე დაიხურავს საკუთარ ქუდს, მაშინ დანარჩენ მონაწილეებს შორის დარჩენილი ქუდები შეიძლება გადანაწილდეს $(n-2)!$ სხვადასხვა ხერხით, ამიტომ გვექნება

$$P(A_i A_j) = \frac{(n-2)!}{n!} = \frac{1}{n(n-1)}.$$

ასევე შეგვიძლია გავაგრძელოთ სხვა შემთხვევებისთვისაც:

$$P(A_{i_1} A_{i_2} \dots A_{i_k}) = \frac{1}{n(n-1) \dots (n-k+1)}.$$

ამავე დროს, შესაკრებთა წევრების გათვალისწინებით გვექნება:

$$P(A_1) + \dots + P(A_n) = n \cdot \frac{1}{n} = 1;$$

$$P(A_1 A_2) + \dots + P(A_{n-1} A_n) = \frac{n(n-1)}{2!} \frac{1}{n(n-1)} = \frac{1}{2!};$$

$$P(A_1 A_2 A_3) + \dots = \frac{1}{3!};$$

...

$$P(A_1 A_2 \dots A_n) = \frac{1}{n!}.$$

ამ ტოლობების გამოყენებით, A ხდომილების ალბათობა n მონაწილის შემთხვევაში იქნება

$$P(A) = 1 - \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} - \frac{1}{4!} + \dots + \frac{(-1)^{n-1}}{n!}.$$

ამ ფორმულის გამოყენებით გამოთვლის შედეგად აღმოჩნდება, რომ ალბათობებს აქვს დაახლოებით ასეთი მნიშვნელობები:

n	3	4	5	6	7	100
$P(A)$	0.66667	0.62500	0.63333	0.63196	0.63214	0.63212

საინტერესოა, რომ რომელიმე მონაწილის მიერ საკუთარი ქუდის დახურვის ალბათობა 3 მონაწილის შემთხვევაში თითქმის იგივეა, რაც 100 მონაწილის შემთხვევაში და დაახლოებით

-ის ტოლია. ამიტომ, შეიძლება ითქვას, რომ იმ მონაწილის ნათქვამი, რომელმაც ივარაუდა, რომ ერთი ქუდი მაინც შეხვდებოდა პატრონს, სიმართლესთან საკმაოდ ახლოსაა.

მეტეოროლოგიური პარადოქსი

ერთი მეტეოროლოგიური სადგურის ამინდის პროგნოზი მართლდება 10-დან 9 შემთხვევაში, მეორე სადგურისა - 10-დან 8 შემთხვევაში. უახლოეს კვირადღეს პირველი სადგური წინასწარმეტყველებს წვიმას. ეს ხდომილება აღვნიშნოთ R -ით. მეორე სადგური კვირისთვის წინასწარმეტყველებს $\bar{R}$ -ს - მზიან ამინდს. ამ შემთხვევაში, ერთი შეხედვით, ვიღებთ წინააღმდეგობას: $R + \bar{R}$ არის აუცილებელი ხდომილება, რის გამოც მისი ალბათობა უნდა იყოს 1-ის ტოლი, მაგრამ რაკი ეს ორი ხდომილება არათავსებადია, ამიტომ ჯამის ფორმულის

$$1 = P(R + \bar{R}) = P(R) + P(\bar{R}) = 0.9 + 0.8 = 1.7$$

მიხედვით გვაქვს: , რაც შეუძლებელია. ამ პარადოქსის გარკვევაში დაგვეხმარება ხდომილების საკითხის დაზუსტება. ამ შემთხვევაში გვაქვს არა მხოლოდ ორი ხდომილება - $R =$ „კვირას იწვიმებს“ და $\bar{R} =$ „კვირას დარი იქნება“, არამედ კიდევ ორი - $A =$ „პირველი მეტეოსადგურის პროგნოზი სწორია“ და $B =$ „მეორე მეტეოსადგურის პროგნოზი სწორია“. ორი უკანასკნელი ხდომილება სულაც არ არის დამოუკიდებელი, რის გამოც ტოლობა $P(A + B) = P(A) + P(B)$ მცდარია. ასევე მცდარია ისიც, რომ ჩვენ ერთმანეთთან გავაიგივეთ R და A ხდომილებები და $\bar{R}$ და B ხდომილებები.

მმარცველის დაკავება

ოპერატიულ-სამძებრო განყოფილებაში შემოვიდა შეტყობინება, რომ ხუთმა ბოროტმოქმედმა სოფლის მაღაზიიდან გაიტაცა ნავაჭრი თანხა. თვითმხილველებმა შეამჩნიეს, რომ ხუთი უცნობი ქალაქისკენ მიმავალ ავტობუსში ჩაჯდა. ეს ინფორმაცია მიაწოდეს მეზობელი სოფლის პოლიციის განყოფილებას. პოლიციის ინსპექტორმა, რომელსაც ქურდების დაკავება დაავალეს, ჩხრეკის ნებართვა მოითხოვა. მას განუცხადეს, რომ ავტობუსში 40 მგზავრია და ყველა მათგანის გაჩხრეკა მისაღები არ იქნებოდა. „მე მხოლოდ 6 მგზავრის შემოწმება დამჭირდება“, - განაცხადა ინსპექტორმა. რისი იმედი ჰქონდა მას? რამდენად შესაძლებელია დამნაშავის დადგენა 40 ადამიანიდან მხოლოდ 6-ის შემოწმებით? ამ კითხვაზე პასუხის გასაცემად მივმართოთ ალბათობის თეორიას.

დამნაშავეების ძებნის საკითხს მოგვიანებით მივუბრუნდებით. მანამდე განვიხილოთ ასეთი წმინდა მათემატიკური ამოცანა:

ვთქვათ, ყუთში დევს n ცალი ბურთულა, რომელთაგან m თეთრია, ხოლო დანარჩენი - შავი. რისი ტოლია ალბათობა, რომ შემთხვევით ამოღებულ r ბურთულას შორის აღმოჩნდება k ცალი თეთრი?

თუ r ბურთულადან k ცალი თეთრია, მაშინ შავი ბურთულების რაოდენობა იქნება $r - k$. ვინაიდან ყუთში თეთრი ბურთულების რაოდენობა m -ის ტოლია, ამიტომ მათგან k ცალი თეთრის ამოღება შესაძლებელია C_m^k ხერხით. შესაბამისად, $n - m$ ცალი შავი ბურთულიდან $r - k$ ცალი შავის ამოღება შესაძლებელია C_{n-m}^{r-k} განსხვავებული ხერხით. აქედან გამომდინარე, ხელშემწყობ ხდომილებათა რაოდენობაა $C_m^k \cdot C_{n-m}^{r-k}$. ვინაიდან n -ელემენტიანი სიმრავლიდან r -ელემენტიანი ქვესიმრავლის ამორჩევა შესაძლებელია C_n^r ხერხით, ამიტომ, ალბათობის კლასიკური განსაზღვრების თანახმად, გვაქვს:

$$P(r \text{ ბურთსშორის } k \text{ თეთრია}) = \frac{C_m^k \cdot C_{n-m}^{r-k}}{C_n^r}.$$

ამ ტოლობას ჰიპერგეომეტრიული განაწილების ფორმულა ეწოდება. იგი შეიძლება გამოვიყენოთ იმის დასადგენად, რამდენად რეალისტურია ინსპექტორის განცხადება.

ამ შემთხვევაში ხდომილება არის:

A – შემთხვევით შერჩეულ 6 მგზავრს შორის ერთი მაინც მძარცველია.

გვაქვს ასეთი ხდომილებები:

A_i – 6 შემთხვევით მგზავრს შორის მძარცველების რაოდენობა i -ს ტოლია.

სადაც $i = 1, 2, 3, 4, 5$.

ცხადია, რომ $A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5$.

ამ ჯამში შემავალი ხდომილებები დამოუკიდებელია. ამიტომ გვაქვს:

$$P(A) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + P(A_4) + P(A_5).$$

ზემოთ მიღებული ფორმულის გამოყენებით გვექნება:

$$P(A_1) = \frac{C_5^1 \cdot C_{35}^5}{C_{40}^6} \approx 0.4192,$$

$$P(A_2) = \frac{C_5^2 \cdot C_{35}^4}{C_{40}^6} \approx 0.1364,$$

$$P(A_3) = \frac{C_5^3 \cdot C_{35}^3}{C_{40}^6} \approx 0.017,$$

$$P(A_4) = \frac{C_5^4 \cdot C_{35}^2}{C_{40}^6} \approx 0.0008,$$

$$P(A_5) = \frac{C_5^5 \cdot C_{35}^1}{C_{40}^6} \approx 0.00001.$$

ამ შედეგების გამოყენებით გვექნება:

$$P(A) \approx 0.5734$$

როგორც მიღებული შედეგიდან ჩანს, შემთხვევით შერჩეულ 6 მგზავრს შორის მძარცველის აღმოჩენის ალბათობა საკმაოდ აღემატება 50%-ს.

როგორც ჩანს, საჭიროების შემთხვევაში ინსპექტორს შეეძლო ალბათობის თეორიის გამოყენება.

დასასრულ, შევნიშნავთ, რომ ჰიპერგეომეტრიული განაწილება წარმატებით გამოიყენება სხვადასხვა პრაქტიკული ამოცანის გადაჭრისას, მაგალითად, ხარისხის კონტროლისას, ინფექციის გავრცელების კვლევისას. ე.ი. ისეთ ვითარებაში, სადაც მცირე მოცულობის პოპულაციის შერჩევით საჭიროა მთლიანი პოპულაციის შესახებ დასკვნების ჩამოყალიბება.