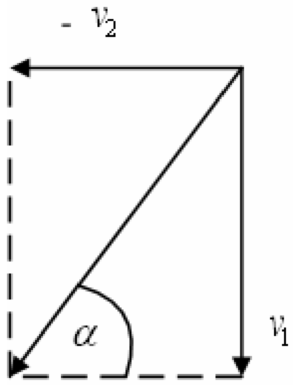
ფიზიკა ამოცანებში
(გაგრძელება 2)

ვაგრძელებთ ამოცანებისა და მათი ამოხსნების გამოქვეყნებას. დღევანდელ წერილში კვლავ კინემატიკას განვიხილავთ. ამოცანები ერთმანეთისგან სირთულით განსხვავდება. ამავე დროს შევეცდებით შეძლებისდაგვარად შემოგთავაზოთ ე. წ. „არატრადიციული" ამოცანები, ანუ ისეთები, რომლებიც მკითხველისთვის ნაცნობ სახელმძღვანელოებში შეიძლება არ გვხვდებოდეს. შეგახსენებთ, რომ ჩვენს მიერ შემოთავაზებული ამოცანები განკუთვნილია სასერტიფიკაციო გამოცდებზე გამსვლელი პირებისთვის და არა მარტო მათთვის.

წვიმის წვეთების ვარდნა: ჰორიზონტალურად თანაბრად მოძრავ ურიკაზე დამაგრებულია მილი. რა კუთხით უნდა დავხაროთ ეს მილი, რომ მოძრაობის დროს ვერტიკალურად ვარდნილი წვიმის წვეთი არ შეეხოს მილის კედელს და დაეცეს მილის ძირზე. ჩათვალეთ, რომ ჰაერის წინააღმდეგობის გამო წვიმის წვეთის სიჩქარე მუდმივია და v_1=60მ/წმ, ხოლო ურიკის სიჩქარე v_2=10მ/წმ.

განვიხილოთ მოძრაობა დედამიწასთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში. ცხადია, რომ მილი ჰორიზონტისადმი კუთხით უნდა იყოს დახრილი. მოდით შევხედოთ ამ პროცესს ურიკასთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში. რადგან ურიკა მოძრაობს წრფივად და თანაბრად, მასთან დაკავშირებული ათვლის სისტემაც იქნება ინერციული ათვლის სისტემა. ამ სისტემაში ურიკა უძრავია, ხოლო წვიმის წვეთი მოძრაობს არა ვერტიკალურად არამედ ვერტიკალის მიმართ კუთხით და მაშასადამე მას გააჩნია სიჩქარის როგორც ვერტიკალური, ასე ჰორიზონტალური მდგენელები. ამასთან ვერტიკალური მდგენელია სიჩქარე v_1, ანუ წვეთის სიჩქარე უძრავი ათვლის სისტემის მიმართ, ხოლო ჰორიზონტალური მდგენელი იქნება - v_2 (იხ. ნახ. 1).



ნახ. 1

ამოცანის პირობის თანახმად, წვეთი არ უნდა მოხვდეს მილის კედელს. ეს ნიშნავს, რომ წვეთის ორი ურთიერთმართობული სიჩქარის ვექტორული ჯამი უნდა იყოს მილის კედლების პარალელური და საძიებელი კუთხე იქნება კუთხე ამ ჯამურ ვექტორსა და - v_2 ვექტორ შორის. ეს კუთხე მარტივი გამოსათვლელია:

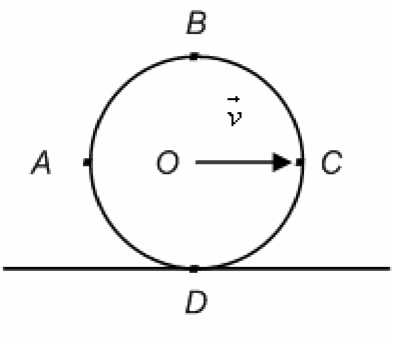
$$\alpha = \arctan\frac{v_1}{v_2} = \arctan 3 \approx 71^0$$

წრიული სხეულის წერტილების სიჩქარე: წრიული ფორმის მყარი სხეული მიგორავს ჰორიზონტალურ ზედაპირზე მუდმივი v სიჩქარით სრიალის გარეშე (ნახ.2).

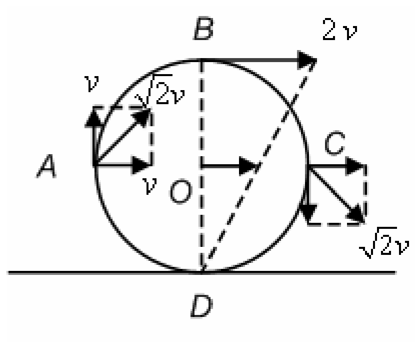
1) დაამტკიცეთ, რომ რგოლის საზღვრის (წრეწირის) ნებისმიერი წერტილის სიჩქარე სხეულის O ცენტრის მიმართ უდრის სხეულის გადატანითი მოძრაობის სიჩქარეს.
2) განსაზღვრეთ A, B, C, D წერტილების სიჩქარე უძრავი ათვლის სისტემის მიმართ.
3) სხეულის რომელ წერტილებს ექნებათ უძრავი ათვლის სისტემის მიმართ სიდიდით იგივე სიჩქარე, რაც სხეულის ცენტრს?

1) ერთი სრული ბრუნის დროს სხეული გაივლის მანძილს, რომელიც ტოლია $2\pi r$, სადაც r არის სხეულის რადიუსი. ამ მანძილის დაფარვას სხეულმა უნდა მოანდომოს T პერიოდის ტოლი დრო და მაშასადამე გადატანითი მოძრაობის სიჩქარე $v_{გად}= \dfrac{2\pi r}{T}$. მეორეს მხრივ ბრუნვითი მოძრაობის დროს სხეულის საზღვარზე - წრეწირზე - მყოფი წერტილების წირითი სიჩქარე O ცენტრის მიმართ $v_{წირ} = \omega r$, სადაც ω არის სხეულის ბრუნვის კუთხური სიჩქარე. რადგან $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$, გამოდის, რომ $v_{გად} = v_{წირ}$, რისი დამტკიცებაც მოითხოვებოდა.

2) ვთქვათ სხეული მოძრაობს მარცნიდან მარჯვნივ გადატანითი v სიჩქარით . უძრავი ათვლის სისტემის მიმართ A, B, C, D წერტილების სიჩქარის განსაზ-



ნახ. 2

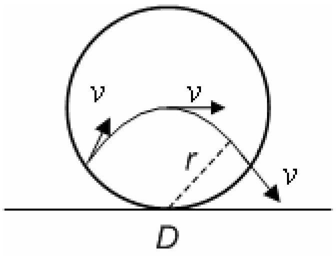


ნახ.3

ღვრისთვის გამოვიყენოთ სიჩქარეთა შეკრების წესი, რომელიც აკავშირებს სხეულის სიჩქარეებს უძრავი და მოძრავი ათვლის სისტემების მიმართ ერთმანეთთან და მოძრავი ათვლის სისტემის სიჩქარესთან. ამ წესის თანახმად სხეულის (მატერიალური წერტილის) სიჩქარე უძრავი ათვლის სისტემის მიმართ ტოლია მოძრავი ათვლის სიტემის სიჩქარის უძრავი ათვლის სისტემის მიმართ და მოძრავი ათვლის სისტემის მიმართ ამ სხეულის (მატერიალური წერტილის) სიჩქარის ვექტორული ჯამის. ჩვენს შემთხვევაში მოძრავი ათვლის სისტემას წარმოადგენს სხეულის გეომეტრიულ O ცენტრთან დაკავშირებული ათვლის სისტემა. A წერტილისთვის გვაქვს: ამ წერტილის სიჩქარე ცენტრის მიმართ მიმართულია ვერტიკალურად ზევით A წერტილში წრეწირის მხების გასწვრივ. ცენტრის გადატანითი მოძრაობის სიჩქარე მიმართულია ჰორიზონტალურად მარჯვნივ (ეს სამართლიანია ნებისმიერი განსახილველი წერტილისთვის). ჩვენ უკვე ვაჩვენეთ, რომ ეს ორი სიჩქარე მოდულით ერთმანეთის ტოლია. ნახაზიდან თვალნათლივ

ჩანს, რომ A წერტილის სიჩქარე უძრავი ათვლის სისტემის მიმართ მოდულით უდრის $\sqrt{2}v$, ხოლო ამ სიჩქარის მიმართულება ჰორიზონტთან (და შესაკრებ სიჩქარეებთან) შეადგენს 45^0 კუთხეს. იგივე მოდულის სიჩქარეს მივიღებთ C წერტილისთვის. ეს სიჩქარეც შესაკრებ სიჩქარეებთან ადგენს 45^0 კუთხეს, ჰორიზონტთან კი -45^0 კუთხეს (რაც გამოწვეული იმით, რომ C წერტილის სიჩქარე ცენტრის მიმართ მიმართულია ვერტიკალურად ქვევით. B წერტილის სიჩქარე O ცენტრის მიმართ მოდულითაც და მიმართულებითაც ემთხვევა ცენტრის გადატანითი მოძრაობის სიჩქარეს. ამრიგად ამ წერტილის სიჩქარის მოდული უძრავი ათვლის სისტემის მიმართ ტოლია $2v$, ხოლო მიმართულება ემთხვევა გადატანითი მოძრაობის სიჩქარეს. მკითხველისთვის სავარაუდოდ ძნელი მისახვედრი არ უნდა იყოს, რომ D წერტილი მყისიერად უძრავია უძრავი ათვლის სისტემის მიმართ, რადგან ამ წერტილის წირითი სიჩქარე ცენტრის მიმართ მიმართულია გადატანითი მოძრაობის საპირისპიროდ და მოდულით მისი ტოლია. ამ შედეგების ილუსტრაციას წარმოადგენს მუხლუხების მქონე სხეულების მოძრაობა. როგორც ცნობილია მუხლუხას დედამიწის ზედაპირზე მყოფი ნაწილი უძრავია და ბორბლები მასზე მიგორავენ. მუხლუხას ზედა, დედამიწის პარალელური ნაწილი კი მოძრაობს სხეულის გაორმაგებული გადატანითი სიჩქარით.

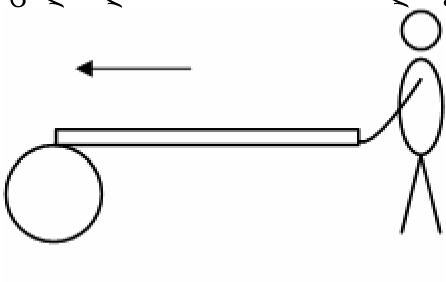
3) BD დიამეტრზე მყოფი წერტილების მყისიერი სიჩქარე იზრდება D წერტილიდან მანძილის ზრდასთან ერთად. ეს ნიშნავს, რომ სხეულის გორვა შეიძლება წარმოვიდგინოთ როგორც ბრუნვა D წერტილზე სხეულის სიბრტყის მართობულად გამავალი მყისიერი ღერძის მიმართ. ეს მყისიერი ღერძი ასრულებს გადატანით მოძრაობას. ამიტომ დროის მოცემული მომენტისთვის ყველა ის წერტილი, რომელიც იმყოფება ამ ღერძიდან ერთი და იგივე მანძილზე იმოძრავებს ტოლი სიდიდის სიჩქარით. ჩვენ გვაინტერესებს წერტილები რომლებიც მოძრაობენ ცენტრის სიჩქარით. ცხადია ამ წერტილების გეომეტრიული ადგილი იქნება მრუდი, რომლის წერტილები მყისიერი ღერძიდან დაშორებულია სხეულის რადიუსის ტოლი მანძილით (იხ. ნახ. 4).



ნახ. 4

გორვა და გადატანითი მოძრაობა: ადამიანს ჰორიზონტალურ მდგომარეობაში უჭირავს l სიგრძის ფიცარი ერთი ბოლოთი, რომლის მეორე ბოლო დაყრდნობილია ცილინდრზე (ნახ. 5). ცილინდრს შეუძლია სრიალის გარეშე გორვა. სრიალი არ არის

აგრეთვე ფიცარსა და ცილინდრს შორის. რა მანძილი უნდა გაიაროს ადამიანმა, რომ



მიაღწიოს ცილიდრს?

ნახ. 5

ამ ამოცანის ამოხსნის დროს უნდა გავითვალისწინოთ, რომ ჰორიზონტალურ ზედაპირზე მუდმივი გადატანითი v სიჩქარით გორვის დროს ცილინდრის ზედაპირის წერტილები დედამიწასთან დაკავშირებულ უძრავი ათვლის სისტემის მიმართ მოძრაობენ სხვადასხვა სიჩქარით. კერძოდ, დედამიწასთან შეხებაში მყოფი წერტილის სიჩქარე ნულის ტოლია, ხოლო მისი დიამეტრალურად საწინააღმდეგო წერტილის სიჩქარე ორჯერ მეტია იმ სიჩქარეზე რომლითაც ცილინდრის ღერძი მოძრაობს უძრავი ათვლის სისტემის მიმართ. (იხ. წინა ამოცანა). რადგან ფიცარი წარმოადგენს ცილინდრის მხებს ამ წერტილში, ადამიანიც, რომელიც ფიცარს აწვება, იგივე სიჩქარით მოძრაობს. ამიტომ თუ მან გაიარა l მანძილი, მაშინ ცილინდრი წინ გადაადგილდება $\frac{l}{2v}v=\frac{l}{2}$ მანძილით. ამრიგად, ცილინდრამდე რომ მივიდეს, ადამიანმა უნდა გაიაროს კიდევ დამატებით l მანძილი, ანუ სულ $2l$ მანძილი.

აჩქარებული მოძრაობა სიბრტყეზე: დახრილ სიბრტყეზე ქვემოდან ზევით ააგორეს ბურთულა. მოძრაობის საწყისი წერტილიდან l=30სმ მანძილზე ბურთულა მოხვდა ორჯერ მოძრაობის დაწყებიდან t_1=1 წმ და t_2=2 წმ შემდეგ. გამოთვალეთ ბურთულას აჩქარება a და საწყისი სიჩქარე v_0, თუ აჩქარება მუდმივია.

ამ ამოცანაში ჩვენ არ გვაინტერესებს აჩქარების გამომწვევი ძალები. ვიცით, რომ სხეულს გააჩნია აჩქარება, რომელიც მიმართულია დახრილი სიბრტყის გასწვრივ. რადგან მოძრაობა ერთგანზომილებიანია, მივმართოთ x ღერძი სიბრტყის პარალელურად ზევით ისე, რომ მისი სათავე იყოს მოძრაობის საწყის წერტილში. ამოცანა შეიძლება ამოიხსნას ორი გზით.

პირველი გზა: ბურთულას მოძრაობის განტოლება ათვლის არჩეული სისტემის მიმართ იქნება $x=v_{0x}t+\frac{a_x t^2}{2}$. დროის t_1 და t_2 მომენტებისთვის $x=l$ და დროის ეს მომენტები აკმაყოფილებენ კვადრატულ განტოლებას $t^2+\frac{2v_{0x}}{a_x}t-\frac{2l}{a_x}=0$. ვიეტას თეორემის თანახმად

$$t_1+t_2=-\frac{2v_{0x}}{a_x}, \quad t_1t_2=-\frac{2l}{a_x}.$$

ამ განტოლებების ამოხსნა გვაძლევს v_{0x}=45 სმ/წმ, a_x=-30 სმ/წმ². როგორც ვხედავთ საწყისი სიჩქარე მიმართულია x ღერძის გასწვრივ, ხოლო აჩქარება ღერძის საპირის-პიროდ.

მეორე გზა: ბურთულას მოძრაობის სიჩქარე დროის ნებისმიერი მომენტისთვის ათვლის არჩეულ სისტემაში იქნება $v_x=v_{0x}+a_xt$. დროის t_1 და t_2 მომენტებისთვის

$v_{1x} = v_{0x} + a_x t_1$, $v_{2x} = v_{0x} + a_x t_2$ შესაბამისად. ამასთან ამოცანის პირობის შესაბამისად $v_{2x} = -v_{1x}$. ამ უკანასკნელის გათვალისწინებით მივიღებთ $v_{0x} + a_x t_2 = -v_{0x} - a_x t_1$, ანუ $2v_{0x} = -a_x(t_2 + t_1)$. გვჭირდება კიდევ ერთი განტოლება. გავიხსენოთ რომ თანაბრაჩქარებული მოძრაობის საშუალო სიჩქარე ტოლია მოძრაობის საწყისი და საბოლოო სიჩქარეების ნახევარჯამის. დროის t_1 შუალედისთვის $v_{\text{საშ}}$ = $\frac{v_0 + v_{1x}}{2} = \frac{2v_0 + a_x t_1}{2}$. მეორეს მხრივ $v_{\text{საშ}} = \frac{l}{t_1}$. მივიღებთ მეორე საძიებელ განტოლებას $2v_{0x} + a_x t_1 = \frac{2l}{t_1}$. მიღებული ორი განტოლების ამოხსნა იქნება, $a_x = -\frac{2l}{t_1 t_2}$ =- 30 სმ/წმ^2 და $v_{0x} = \frac{l}{t_1} + \frac{l}{t_2}$ =45 სმ/წმ.

ორი სხეულის აჩქარებული მოძრაობა: კოშკიდან ერთმანეთის მიყოლებით ისვრიან ორ სხეულს ერთნაირი საწყისი v_0 სიჩქარით. პირველ სხეულს ისვრიან ვერტიკალურად ზევით, მეორეს რაღაც τ დროის შემდეგ - ვერტიკალურად ქვევით. განსაზღვრეთ სხეულების ფარდობითი სიჩქარე და მანძილი მათ შორის დროის ნებისმიერი $t > \tau$ მომენტისთვის.

აღვნიშნოთ x_1, v_1 პირველი სხეულის კოორდინატი და სიჩქარე კოშკის მიმართ. შესაბამისად x_2, v_2 მეორე სხეულის კოორდინატი და სიჩქარე. რადგან მოძრაობა ერთგანზომილებიანია, საკმარისია ერთი საკოორდინატო ღერძი და იგი ავირჩიოთ ვერტიკალურად ზევით, რომლის სათავეში იმყოფება კოშკი. ამ ღერძის მიმართ ორივე სხეულის მოძრაობის განტოლებები იქნება:

$$x_1 = v_0 t - \frac{gt^2}{2} \quad \text{და} \quad x_2 = -v_0(t-\tau) - \frac{g(t-\tau)^2}{2}.$$

სხეულების სიჩქარეებისთვის სამართლიანია შემდგი განტოლებები:

$$v_1 = v_0 - gt \quad \text{და} \quad v_2 = -v_0 - g(t-\tau).$$

ჩვენ გვაინტერესებს სხეულების ფარდობითი სიჩქარე. პირველი სხეულის სიჩქარე მეორის მიმართ იქნება $u = v_1 - v_2 = 2v_0 - g\tau$ და როგორც ვხედავთ დროში არ იცვლება (τ არის დროის ფიქსირებული მომენტი და არა ცვლადი) და მაშასადამე სხეულები ერთმანეთის მიმართ მოძრაობენ თანაბრად და წრფივად. სხეულებს შორის მანძილი გამოითვლება შემდეგი ფორმულით

$$s = x_1 - x_2 = (2v_0 - g\tau)t - v_0\tau + \frac{g\tau^2}{2}.$$

მანძილი სხეულებს შორის დროის მიხედვით წრფივად იცვლება, რაც ადასტურებს, რომ სხეულები ერთმანეთის მიმართ მოძრაობენ წრფივად და თანაბრად.

ორი სხეულის მოძრაობა ვერტიკალის გასწვრივ: სხეული H =45 მ სიმაღლიდან იწყებს თავისუფალ ვარდნას. იმავდროულად პირველი სხეულიდან h =21 მ - ით დაბლა მყოფი წერტილიდან ვერტიკალურად ზევით ისვრიან მეორე სხეულს.განსაზღვრეთ მეორე სხეულის საწყისი სიჩქარე, თუ ორივე სხეული ერთდროულად ვარდება მიწაზე. ჰაერის წინააღმდეგობა უგულებელყავით.

ამოცანა შეიძლება ამოიხსნა ორი გზით.

პირველი გზა: ავირჩიოთ საკოორდინატო ღერძი ვერტიკალურად ზევით და სათავით დედამიწის ზედაპირზე. სხეულების კოორდინატები აღვნიშნოთ შესაბამისად x_1 და x_2. მაშინ მათი მოძრაობის განტოლებები იქნება:

$$x_1 = H - \frac{gt^2}{2}, x_2 = H - h + v_0 t - \frac{gt^2}{2}.$$

სადაც v_0 არის მეორე სხეულის საწყისი სიჩქარე. რადგან სხეულები ერთდროულად ვარდებიან და დაცემის წერტილში $x_1 = x_2 = 0$, მივიღებთ $H = \frac{gt^2}{2}$ და $v_0 t = h$.

საბოლოოდ საწყისი სიჩქარისთვის მივიღებთ: $v_0 = h\sqrt{\frac{g}{2H}}$ = 7 მ/წმ.

მეორე გზა: ჩვენ წინა ამოცანაში ვნახეთ რომ აჩქარებით მოძრავი ორი სხეული ერთმანეთის მიმართ მოძრაობს წრფივად და თანაბრად. რადგან პირველი სხეული ვარდება უსაწყისო სიჩქარით, ხოლო მეორე სხეული საწყისი სიჩქარეა v_0 და ისინი ერთდროულად იწყებენ მოძრაობას, მათი ფარდობითი სიჩქარე იქნება v_0. მანძილი მათ შორის არის h და მაშასადამე $h = v_o t$ პირველ სხეულთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში. სადაც t არის პირველი სხეულის ვარდნის დრო: $t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$.

საბოლოოდ $v_0 = h\sqrt{\frac{g}{2H}}$ =7მ/წმ.

გაჩერების მინიმალური დრო: მოციგურავე მუდმივი v სიჩქარით გადის L =500მ მანძილს და შემდეგ იწყებს დამუხრუჭებას a =0.05 მ/წმ² აჩქარებით. როგორი სიდიდის სიჩქარის შემთხვევაშია გაჩერების დრო მინიმალური?

ამ ამოცანის ამოხსნა შესაძლებელია ორი გზით. ერთი გზა გულისხმობს წარმოებულის გამოყენებას, ხოლო მეორე გზა კვადრატული განტოლების დისკრიმინანტის გამოკვლევას. ორივე გზა დაფუძნებულია ერთი და იგივე განტოლების გამოკვლევაზე. რადგან საძიებელია სიჩქარის სიდიდე, რომლითაც მოძრაობდა მოციგურავე დამუხრუჭების დაწყებამდე და გვაინტერებს გაჩერების მინიმალური დრო, უნდა მოვნახოთ განტოლება, რომელიც ამ დროს აკავშირებს სიჩქარესთან. თუ დამუხრუჭებამდე მოძრაობის დროს აღვნიშნავთ t_1, ხოლო დამუხრუჭების დროს t_2, მაშინ მთელი მოძრაობის დრო იქნება:

$$t = t_1 + t_2 = \frac{L}{v} + \frac{v}{a}.$$

აქ ჩვენ გავითვალისწინეთ, რომ მოციგურავე იწყებს დამუხრუჭებას v სიჩქარით. ამოცანის ამოხსნის **პირველი გზა** მდგომარეობს ამ განტოლების, როგორც სიჩქარის მიმართ კვადრატული განტოლების, დისკრიმინანტის გამოკვლევაში. განტოლება გადავწეროთ შემდეგი სახით: $v^2 - atv + aL = 0$. მისი დისკრიმინანტია $D = a^2t^2 - 4aL$. განტოლებას (და მაშასადამე ამოცანას) ამონახსნი აქვს, თუ დისკრიმინანტი $D \geq 0$. დისკრიმინანტი არის დამოკიდებული მოძრაობის სრულ დროზე და ის უნდა იყოს მინიმალური. ცხადია ეს მოხდება თუ დისკრიმინანტი ნულის ტოლი იქნება. ამრიგად დროის მინიმალური, ფიზიკურად დასაშვები მნიშვნელობა იქნება $t = 2\sqrt{\frac{L}{a}}$ (დრო არ შეიძლება იყოს უარყოფითი), ხოლო სიჩქარე,

რომელიც შეესაბამება ამ მინიმალურ დროს (კვადრატული განტოლების ამოხსნა ნულოვანი დისკრიმინანტით) ტოლია $v = \sqrt{aL}$ =5 მ/წმ.

ამოხსნის **მეორე გზა:** მოძრაობის სრული დრო t განვიხილოთ როგორც სიჩქარის ფუნქცია და მოვნახოთ გაწარმოებით ამ ფუნქციის კრიტიკული წერტილები. დროის გაწარმოებით სიჩქარით მიიღება განტოლება:

$$t' = -\frac{L}{v^2} + \frac{1}{a} = 0\,.$$

ამ განტოლების ამოხსნებია: $v = \pm\sqrt{La}$. ადვილი საჩვენებელია, რომ უარყოფითი ამოხსნა არ შეესაბამება მინიმალურ დროს. კერძოდ, დროის მეორე რიგის წარმოებული სიჩქარით $t'' = \frac{L}{v^3}$. ფუნქციის მინიმუმი არსებობს იმ წერტილებში, რომლისთვისაც მეორე რიგის წარმოებული არის დადებითი. ასეთი წერტილია $v = \sqrt{La}$ =5 მ/წმ. გარდა ამისა, უარყოფითი მნიშვნელობა ფიზიკურად არის მიუღებელი, რადგან განტოლებაში ჩვენ გვაქვს სიჩქარის სიდიდე (და არა გეგმილი საკოორდინატო ღერძზე), რომელიც არ შეიძლება იყოს უარყოფითი.

ორ ავტომობილის შორის მანძილი: ორი ავტომობილი მოძრაობს წრფივ გზაზე ერთი და იგივე მიმართულებით. მათ შორის საწყისი მანძილია 300 მ. პირველი ავტომობილის სიიჩქარეა 36 კმ/სთ, მეორესი ორჯერ მეტი. რაღაც მომენტში ორივე ერთდროულად იწყებს აჩქარებულ მოძრაობას მუდმივ აჩქარებით. პირველის აჩქარებაა 1 მ/წმ^2, მეორესი ორჯერ ნაკლები. იპოვნეთ მათ შორის მინიმალური მანძილი.

ეს ამოცანაც წინა ამოცანების მსგავსად შეიძლება ამოიხსნას ორი ხერხით. ორივე ავტომობილის მოძრაობა არის წრფივი და თანაბრაჩქარებული. რადგან ვეძებთ მინიმალურ მანძილს (დროის რაღაც გარკვეული მომენტისთვის), გვჭირდება მოძრაობის განტოლება. საკოორდინატო ღერძი ავირჩიოთ მოძრაობის მიმართულებით, რომლის სათავეშია მეორე ავტომობილი. თუ ავტომობილებს შორის საწყის მანძილს აღვნიშნავთ $s(t)$, სიჩქარეებს შესაბამისად v_1, v_2, ხოლო აჩქარებებს a_1, a_2, მაშინ ავტომობილების მოძრაობის განტოლებები იქნება

$$x_1(t) = 300 + v_1 t + \frac{a_1 t^2}{2} \text{ და } x_2(t) = v_2 t + \frac{a_2 t^2}{2}\,,$$

ხოლო მათ შორის მანძილი

$$s(t) = 300 + (v_1 - v_2)t + \frac{(a_1 - a_2)t^2}{2}\,.$$

ეს არის განტოლება, რომელიც უნდა გამოვიკვლიოთ, კერძოდ ვიპოვნოთ მისი მინიმალური მნიშვნელობა. ვიდრე დავიწყებდეთ, მოხერხებული იქნება, თუ შევიტანთ რიცხვით მნიშვნელობებს (წინასწარ კმ/სთ გადავიყვანეთ მ/წმ–ში). მივიღებთ

$$s(t) = 300 - 10t + 0.5t^2\,.$$

პირველი გზა: ფუნქციის მინიმუმი გამოვიკვლიოთ გაწარმოების გზით. რადგან გვაქვს კვადრატული ფუნქცია, გვექნება ერთი კრიტიკული წერტილი. გავაწარმოვოთ $s(t)$ დროით. კრიტიკული წერტილი იქნება შემდეგი განტოლების ამოხსნა: $s'(t) = -10 + t = 0$, საიდანაც $t = 10$ წმ. ადვილი მისახვედრია, რომ ამ წერტილში ფუნქციას გააჩნია მინიმუმი, რადგან ფუნქციის მეორე რიგის

წარმოებული არის დადებითი. ამრიგად მინიმალური მანძილი ავტომობილებს შორის მიიღწევა აჩქარებული მოძრაობის დაწყებიდან $t = 10$ წამში და ეს მინიმალური მანძილი ტოლია: $s(10) = 250$ მ.

მეორე გზა: ფუნქციის დისკრიმინანტი ტოლია $D = -500$ და იგი უარყოფითია. ეს ნიშნავს, რომ ფუნქციას არ გააჩნია აბსცისთა ღერძთან (ეს არის დრო) თანაკვეთის წერტილები. მაშასადამე ფუნქცია დროის მთელ არეში არის დადებითი და მისი მინიმუმი მიიღწევა პარაბოლას წვეროში. რომლის კოორდინატებია (10,250).