ფიზიკა ამოცანებში – სტატიკა

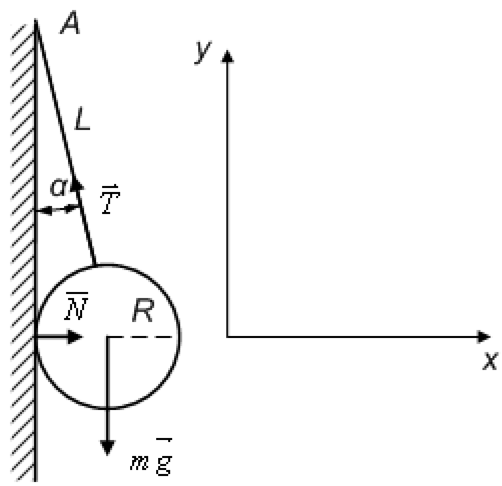
(გაგრძელება 9)

ნიუტონის მეორე კანონის თანახმად ნივთიერი წერტილის აჩქარება ნულის ტოლია, თუ მასზე მოქმედი ძალთა ტოლქმედი ნულის ტოლია. ამ შემთხვევაში ვამბობთ, რომ ნივთიერი წერტილი წონასწორობაშია. წონოსწორობის კონკრეტული სახეა ნივთიერი წერტილის უძრაობა. მაშასადამე ნივთიერი წერტილის უძრაობის პირობა არის მასზე მოქმედი ძალების ტოლქმედის ნულთან ტოლობა. ეს პირობა არის აუცილებელი, მაგრამ არა საკმარისი, როდესაც ვიხილავთ იმ სხეულის წონასწორობის პირობებს, რომელსაც ვერ მიუყენებთ ნივთიერი წერტილის მიახლოებას. საქმე ის არის, რომ როდესაც სხეულზე მოქმედებენ გარეშე ძალები, იგი განიცდისდეფორმაციას, ხოლო მისი შემადგენელი ნაწილები ერთმანეთზე მოქმედებენ ძალებით, რომელსაც ხშირად შიდა ძალებს უწოდებენ. თუ გავიხსენებთ ნიუტონს მესამე კანონს, შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ ასეთი ძალები წყვილ–წყვილად აბათილებენ ერთმანეთს. თუ დეფორმაციები მცირეა (როგორც ეს ხშირად პრაქტიკაში ხდება, მათი უგულებელყოფა შესაძლებელია (ამ დროს არ იცვლება სხეულის გეომეტრიული ზომები, მისი ფორმა). ასეთ სხეულებს **აბსოლუტურად მყარ სხეულებს** უწოდებენ. ასეთი სხეულების წონასწორობის პირობების განხილვა შედარებით ადვილია. ამრიგად **მყარი სხეული წონასწორობაშია, თუ მასზე მოქმედი ძალების ტოლქმედი ნულის ტოლია:** $\sum \vec{F}_k = \mathbf{0}$. ძალების ტოლქმედის გაანგარიშების დროს საჭიროა სიფრთხილე. საქმე ის არის არის, რომ ვექტორულად ძალების შეკრების დროს ჩვენ ვიყენებთ წესს, რომლის თანახმად ერთი ვექტორი ბოლოს უნდა მოვდოთ მეორე ვექტორის სათავე და ა. შ., ანუ ვექტორების უნდა გადავაადგილოთ. შეკრებით მიღებული ტოლქმედი სხეულზე ისეთივე ქმედებას უნდა იწვევდეს, როგორც შესაკრები ძალების ერთობლიობა. ეს კი მაშინ მოხდება, თუა ძალებს გადავაადგილებთ მათი მოქმედების წრფის გასწვრივ (ამ დროს ძალის მოქმედების შედეგი უცვლელია). ამიტომ, ძალების ტოლქმედის გაანგარიშება მოითხოვს ამ პირობის გათვალისწინებას.

მყარი სხეულის წონასწორობის ზემოთ ჩამოყალიბებული პირობა საკმარისი არ არის იმისთვის, რომ იგი წონასწორობაში იყოს. სხეულზე მოქმედი გარეშე ძალები როგორც წესი მოდებულია სხეულის სხვადასხვა ნაწილებზე. წარმოვიდგინოთ ვერტიკალურ ღერძზე მიმაგრებული ჰორიზონტალური ღერო, რომელსაც შეუძლია ბრუნვა ამ ღერძის გარშემო. მოვდოთ ღეროს ბოლოებზე მის მართობულად ურთიერთსაპირისპიროდ მიმართული სიდიდით ტოლი ორი ჰორიზონტალური ძალა. ცხადია მათი ტოლქმედი ნულის ტოლი იქნება, მაგრამ სხეული არ იქნება უძრავი – ის ამ ძალების მოქმედებით იბრუნებს ჰორიზონტალურ სიბრტყეში (მსგავსი მაგალითებია ველოსიპედის ან მანქანის საჭე). ეს იმიტომ ხდება, რომ ძალები მოდებულია სხეულის სხვადასხვა ნაწილებზე. წონასწორობა მოითხოვს სხეულზე მოდებული ძალების ტოლქმედის ნულთან ტოლობას, რაც ამ შემთხვევაში არ სრულდება. მოდებული ძალის მაბრუნებელი მოქმედების დასახასიათებლად, როგორც ვიცით, ფიზიკაში შემოაქვთ სიდიდე, რომელსაც ეწოდება ძალის მომენტი. **ძალის მომენტი განიმარტება როგორც ძალის სიდიდის და მისი მხრის (მხარი არის მანძილი ბრუნვის ღერძიდან ძალის მოქმედების წრფემდე) ნამრავლი** $\boldsymbol{M = Fd}$. მოვიყვანთ წონასწორობის მეორე პირობას, რომელიც სრულდება დამაგრებული ბრუნვი ღერძის მქონე სხეულებისთვის, გამოყვანის გარეშე. აქ მხოლოდ

აღვნიშნავთ, რომ თუ ეს პირობა არ სრულდება, მაშინ სხეულზე მოქმედი ასეთ ძალების მიერ შერულებული მუშაობა განსხვავდება ნულისგან და სხეულის კინეტიკური ენერგია და მაშასადამე მისი სიჩქარეც იცვლება. ამრიგად, წონაწორობის მეორე პირობა ასე ყალიბდება: **სხეული წონაწორობაშია, თუ მასზე მოქმედი ძალების მომენტების ალგებრული ჯამი ბრუნვის ნებისმიერი ღერძის მიმართ ნულის ტოლია:** $\sum \boldsymbol{M_k} = \mathbf{0}$. ამ წესს მომენტების წესსაც უწოდებენ. ალგებრული ჯამი გულისხმობს, რომ ძალის მომენტი შეიძლება იყოს როგორც დადებით, ასე უარყოფითი. თუ რომელიმე მიმართულებით მაბრუნებელი ძალების მომენტებს მივიჩნევთ დადებითად, მაშინ საპირისპირო მიმართულებით მაბრუნებელი ძალების მომენტები უნდა ჩავთვალოთ უარყოფითად. შეიძლება ნებისმიერი ძალის მომენტი ჩავთვალოთ დადებითად. მაშინ წონასწორობის პირობა შეიცვლება და ასე ჩამოყალიბდება: **საათის ისრის მიმართულებით მაბრუნებელი ძალების მომენტების ჯამი ტოლია საათის ისრის საპირისპიროდ მაბრუნებელი ძალების მომენტების ჯამის.**

კედელზე ჩამოკიდებული სფერო: ვერტიკალურ კედელზე L სიგრძის თოკზე ჩამოკიდებულია m მასის სფერო, რომლის რადიუსია R. იპოვეთ სფეროზე მოქმედი რეაქციის $\vec{N}$ და თოკის დაჭიმულობის $\vec{T}$ ძალები. ხახუნი კედელთან უგულებელყავით (ნახ. 1).



ნახ. 1

წონასწორობის პირობის თანახმად სფეროზე მოქმედ ძალთა ტოლქმედი ნულის ტოლია:

$$\vec{T} + \vec{N} + m\vec{g} = 0. \quad (1)$$

ნახაზზე მოცემულ კორრდინატთა ღერძებზე დაგემილებით მივიღებთ განტოლებათა შემდეგ სისტემას:

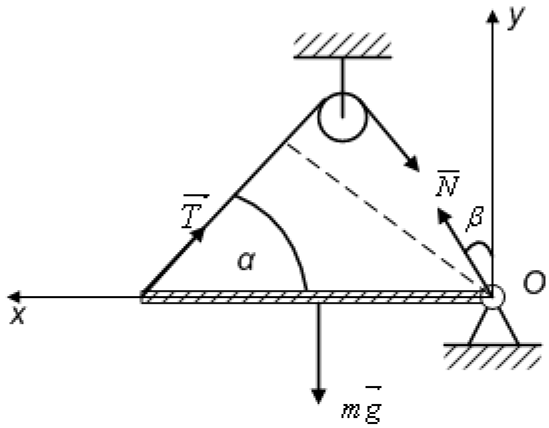
$$\begin{cases} N - T\sin\alpha = 0, \\ T\cos\alpha - mg = 0. \end{cases} \quad (2)$$

როგორც ვხედავთ ეს ორი განტოლება საკმარისი არ არის საძიებელი ძალების გამოსათვლელად. გვჭირდება კიდევ ერთი განტოლება. ამ განტოლებას წარმოადგენს წონასწორობის მეორე პირობა – მომენტების წესი. ავირჩიოთ რომელიმე ბრუნვის ღერძი. ამოცანის პირობიდან გამომდინარე ადვილი მისახვედრია, რომ მოხერხებულია ბრუნვის ღერძად ავირჩიოთ სფეროს ცენტრზე ნახაზის სიბრტყის მართობულად გამავალი ღერძი. ამ ღერძის მიმართ რეაქციის და სიმძიმის ძალების მომენტები ნულის ტოლია, რადგან მათი მოგმედების წრფე გადის ბრუნვის ღერძზე. მაშასადამე თოკის დაჭიმულობის $\vec{T}$ ძალის მოქმედების წრფეც უნდა გადიოდეს სფეროს ცენტრზე, წინააღმდეგ შემთხვევაში ეს ძალა გამოიწვევდა სფეროს ბრუნვას. ამრიგად თოკის დაჭიმულობის ძალაც რეაქციის და სიმძიმის ძალების მსგავსად სფეროს ზედაპირის მართობულად მოქმედებს. ეს საშუალებას გვაძლევს გამოვთვალოთ $\sin\alpha$, კერძოდ $\sin\alpha = R/(L+R)$. (2) განტოლებათა სისტემის ამოხსნით მივიღებთ:

$$T = mg\frac{L+R}{\sqrt{L^2+2LR}}, \quad N = mg\frac{R}{\sqrt{L^2+2LR}}.$$

თოკით გაწონასწორებული ჰორიზონტალური ღერო: $m = 30$კგ მასის ერთგვაროვანი ღერო, რომელიც სახსრულად არის დამაგრებული O წერტილში და რომელსაც შეუძლია ბრუნვა

ხახუნის გარეშე, ჰორიზონტალურად არის გაჩერებული ჭოჭონაქზე გადაკიდებული თოკით. თოკი ღეროსთან ადგენს $\alpha = 60°C$ კუთხეს. გამოთვალეთ თოკის დაჭიმულობის $\vec{T}$ და ღეროზე სახსარში მოქმედი რეაქციის $\vec{N}$ ძალები (ნახ. 2). ჩათვალეთ $g = 10მ/წმ^2$.



ნახ. 2

აქ უნდა მივიღოთ მხედველობაში, რომ სახსარში რეაქციის ძალა მიმართულია რაღაც β კუთხით ვერტიკალის მიმართ. მისი ერთი მდგენელი N_x მოქმედებს ღეროს გასწვრივხოლო მეორე N_y მის მართობულად . მდგენელებით ვიპოვნით რეაქციის ძალის როგორც სიდიდეს, ასე მის მიმართულებას – β კუთხეს, კერძოდ

$$N = \sqrt{N_x^2 + N_y^2}\ , \qquad \tan\beta = N_y / N_x\ .$$

გამოვიყენოთ წონასწორობის პირობები. ღეროზე მოქმედი ძალებია რეაქციის, სიმძიმის და თოკის დაჭიმულობის ძალები. წონაწორობის პირობა გეგმილებში შემდეგნაირად ჩაიწერება:

$$\begin{cases} N_x - T\cos\alpha = 0, \\ N_y + T\sin\alpha - mg = 0. \end{cases}$$

ეს ორი განტოლება შეიცავს სამ უცნობს, მესამე განტოლების სახით გამოვიყენოთ მომენტების წესი. ბრუნვის ღერძად ავირჩიოთ სახსარზე ნახაზის სიბრტყის მართობულად გამავალი ღერძი. მის მიმართ რეაქციის ძალის მომენტი ნულის ტოლია, დანარჩენი ორი ძალისთვის (რომლებიც სხეულს ანიჭებენ ურთიერთსაპირისპირო მაბრუნებელ ქმედებას) მომენტების წესი ასე გამოიყურება:

$$Td\sin\alpha - \frac{mgd}{2} = 0.$$

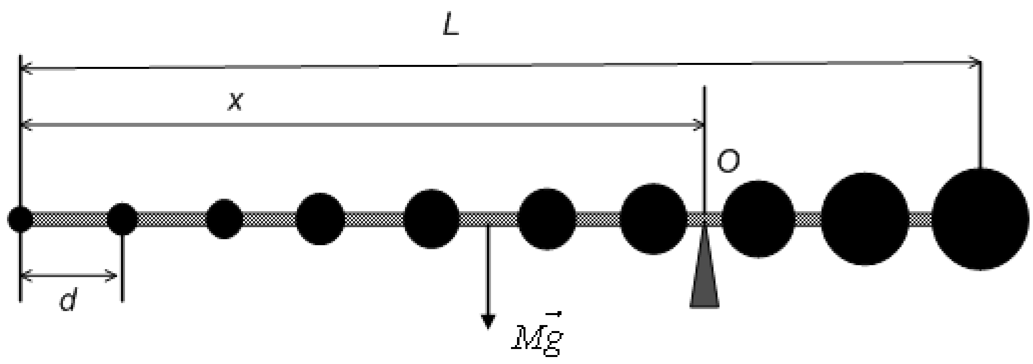
აქ d არის ღეროს სიგრძე. ამ განტოლებიდან მივიღებთ:

$$T = \frac{mg}{2\sin\alpha} \approx 173ნ.$$

ამის შემდეგ პირველი ორი განტოლების ამოხსნა სირთულეს არ წარმოადგენს. საბოლოოდ მივიღებთ:

$$N \approx 173ნ, \quad \tan\beta \approx 0.58\ => \ \beta \approx 30°.$$

ბურთულები ღროზე: ათი ბურთულა, რომელთა მასებია 1,2,3...10კგ, დამაგრებულია ერთგვაროვან ღეროზე ერთმანეთისგან თანაბარ – d =10სმ მანძილზე. იპოვნეთ სისტემის სიმძიმის ცენტრიs მდებარეობა, თუ ღეროს მასაა $M = 5.5$კგ.



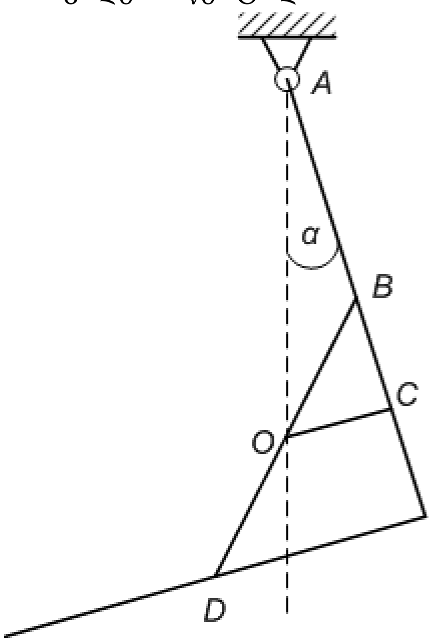
ნახ. 3

ჩავთვალოთ, რომ სისტემის სიმძიმის ცენტრი მოთავსებულია მარცხენა ბოლოდან x მანძილზე O წერტილში. მოვათავსოთ საყრდენი სიმძიმის ცენტრში და გამოვიყენოთ მომენტების წესი ამ წერტილზე გამავალი ბრუნვის ღერძის მიმართ. ბრუნვის ღერძის მარცხნივ მოქმედი სიმძიმის ძალების მომენტები ჩავთვალოთ დადებითად, ხოლო დანარჩენი ძალის მომენტები უარყოფითად. ბურთულის მასებისთვის არ შემოვიღებთ ასოით აღნიშვნას და მომენტების წესში ჩავწერთ პირდაპირ მათი მასების რიცხვით მნიშვნელობებს. ამრიგად

$$1 \cdot x + 2 \cdot (x-d) + 3 \cdot (x-2d) + 4 \cdot (x-3d) + 5 \cdot (x-4d) + 6 \cdot (x-5d) + 7 \cdot (x-6d) + \frac{ML}{2}$$
$$-8 \cdot (L-2d-x) - 9 \cdot (L-d-x) - 10 \cdot (L-x) = 0.$$

თუ გავითვალისწინებთ, რომ $l = 9d$, მივიღებთ $x = 55.5$სმ. სიმძიმის ცენტრი მოთავსებულია ღეროს მარცხენა ბოლოდან 55.5სმ მანძილზე, ანუ მეხუთე და მეექვსე ბურთულებს შორის შუა წერტილში.

მოღუნული ღერო წონასწორობაში: ერთგვაროვანი $2l$ სიგრძის ღერო მოღუნეს შუა წერტილში ისე, რომ ნაწილები ერთმანეთის მართობულია. ღერო ჩამოკიდეს და მოიყვანეს წონასწორობაში. იპოვნეთ α კუთხე, რომელსაც ღეროს ერთი ნაწილი ქმნის ვერტიკალთან ჩამოკიდების წერტილში.



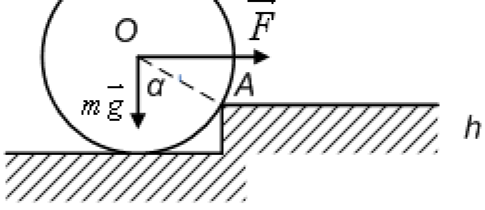
ნახ. 4

თუ ღერო წონასწორობაში, მაშინ დაკიდების წერტილიდან გავლებული წრფე აუცილებლად გაივლის მოღუნული ღეროს სიმძიმის ცენტრზე, O წერტილზე. წინააღმდეგ შემთხვევაში ღერო დატრიალდებოდა. ამიტომ საძიებელი კუთხე შეიძლება გამოვთვალოთ ფორმულით:

$$\tan\alpha = \frac{OC}{Ac}$$

რადგან ღერო ერთგვაროვანია და მოღუნული შუა წერტილში, ამ ნაწილების სიმძიმის ცენტრებიც მათი შუა წერტილებია, კერძოდ D და B წერტილები. ცხადია, რომ წონასწორობis მდგომარეობაში ამ წერტილების შემაერთებელი წრფეც გაივლის მოღუნული ღეროს სიმძიმის ცენტრზე. ღეროს ნაწილების მასები ტოლია, ამიტომ მათი მხრებიც ტოლი იქნება. ეს კი ნიშნავს, რომ $OD = OB$. შედეგად $OC = BC = l/4$. პირობის თანახმად $AB = l/2$. მაშასადამე $AC = AB + BC = 3/4l$. ამრიგად $\tan\alpha = 1/3$.

ბორბლის აგორება საფეხურზე: რა ძალა უნდა მოვდოთ R რადიუსის და m მასის ბორბლის O ცენტრში, რომ იგი ავაგოროთ h სიმაღლის კიბის საფეხურზე? ხახუნი უგულებელყავით.



ნახ. 5

რადგან ხახუნის ძალას არ ვითვალისწინებთ, მომენტების წესს ვიყენებთ $\vec{F}$ და $m\vec{g}$ ძალებისთვის. ბრუნვის ღერძად ავირჩიოთ A წერტილზე გამავალი ღერძი.

$$F(R-h) - mgR\sin\alpha = 0.$$

სადაც

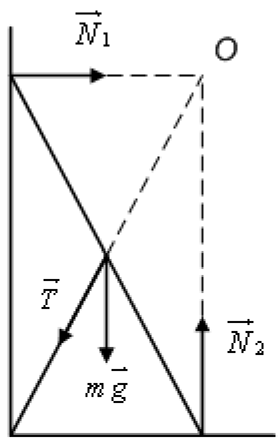
$$\sin\alpha = \frac{\sqrt{h(2R-h)}}{R}.$$

საბოლოოდ მივიღებთ:

$$F = mg\,\frac{\sqrt{h(2R-h)}}{R-h}.$$

ცხადია ბორბლის ცენტრში უნდა მოვდოთ ძალა, რომელიც მიღებულ ძალას გადააჭარბებს.

კიბე კედელზე: ერთგვაროვანი m მასის ღერო ეყრდნობა აბსოლუტურად გლუვ იატაკს და კედელს. როგორი უნდა იყოს ღეროს შუა წერტილში მიმაგრებული თოკის დაჭიმულობის ძალა, რომ კიბე არ ჩამოვარდეს?



ნახ. 6

კიბეზე მოქმედი ძალების ტოლქმედის ნულთან ტოლობის პირობის გამოყენებით ამოცანას ვერ ამოვხსნით, რადგან ამ პირობაში სამი უცნობი იქნება. ესენია რეაქციის და თოკის დაჭიმულობის ძალები. გამოვიყენოთ მომენტების წესი. ბრუნვის ღერძი, რომლის მიმართ მომენტების წესს დავწერთ, შეიძლება იყოს ნებისმიერი. ღეროს სიმძიმის ცენტრზე გამავალი ღერძი არ გამოდგება, რადგან თოკის დაჭიმულობის ძალის მომენტი მის მიმართ ნულის ტოლია და ამ ძალას ვერ გავიგებთ. არ გამოგვადგება არც რეაქციის ძალების მოდების წერტილებზე გამავალი ბრუნვის ღერძები – განტოლებაში ერთი უცნობი მაინც იქნება, რომელიც არ არის მოცემული. გამოვიყენოთ მომენტების წესი რეაქციის და თოკის დაჭიმულობის ძალების მოქმედების წრფეების გადაკვეთის O წერტილზე გამავალი ბრუნვის ღერძის მიმართ. ამ ღერძის მიმართ რეაქციის და თოკის დაჭიმულობის ძალების მომენტები ნულის ტოლია. რჩება სიმძიმის ძალა, რომლის ბრუნვის მომენტიც არ უდრის ნულს. ეს კი ნიშნავს, რომ სიმძიმის ძალის მომენტის მოქმედებით კიბე აუცილებლად ჩამოსრიალდება, როგორი სიდიდისაც არ უნდა იყოს თოკის დაჭიმულობის ძალა.

მანქანის დამუხრუჭება: ახსენით, რატომ იწევს მანქანის ცხვირი დაბლა მკვეთრად დამუხრუჭების დროს.

დამუხრუჭების დროს მანქანის ბორბლებზე მოქმედებს ხახუნის ძალა. ფორმალურად მანქანის სიმძიმის ცენტრზე შეიძლება მოვდოთ ორი სიდიდით ტოლი ძალა, რომელთაგან ერთი მიმართულია მანქანის მოძრაობის გასწვრივ, ხოლო მეორე მის საპირისპიროდ. ამით მანქანის მოძრაობის ხასიათი არ შეცვლება, რადგან ამ ძალების ტოლქმედი ნულის ტოლია. მეორე ძალა შეიძლება განვიხილოთ როგორც წინააღმდეგობის ძალა, ხოლო პირველი – მოძრაობის მიმართულებით მოქმედ ხახუნის ძალასთან ერთად როგორც წყვილი ძალა, მოდებული სხეულის სხვადასხვა წერტილებში. წყვილი ძალა კი იწვევს სხეული ბრუნვას და ამიტომაც მანქანის ცხვირი დაბლა დაიწევს.