

## ფიზიკა ამოცანებში

### (წერილი მეცამეტე)

#### მოლეკულურ-კინეტიკური თეორია

მოლეკულურ-კინეტიკური თეორიის ძირითადი დებულების თანახმად, ყველა ნივთიერება შედგება მოლეკულებისგან, რომლებიც მუდმივ ქაოსურ მოძრაობაში იმყოფებიან. მოლეკულების მოძრაობის შესწავლა გვაძლევს საშუალებას, შევისწავლოთ ნივთიერების მაკროსკოპული მახასიათებლები - ისეთები, როგორცაა წნევა, მოცულობა, ტემპერატურა. სწორედ ეს არის მოლეკულურ-კინეტიკური თეორიის ძირითადი ამოცანა.

მოლეკულურ-კინეტიკური თეორიის ერთ-ერთი ძირითადი ცნებაა ნივთიერების რაოდენობის - მოლის - ცნება. წონისა და ზომის საერთაშორისო ბიუროს მიერ 2011 წელს მიღებული განმარტების თანახმად, ერთი მოლი არის ნივთიერების ის რაოდენობა, რომელიც შეიცავს ნივთიერების ელემენტარული შემადგენლის (მოლეკულა, ატომი, იონი) იმდენ ერთეულს, რამდენი ატომიც არის ნახშირბადის  $^{12}\text{C}$  იზოტოპის 0.012 კგ-ში. ატომების ამ რაოდენობას ეწოდება ავოგადროს რიცხვი და იგი ტოლია  $N_A = 6.02 \cdot 10^{23} \text{მოლი}^{-1}$ . ნივთიერებაში მოლეკულების რაოდენობა აღვნიშნოთ  $\nu$  ასოთი. ნივთიერების მოლური მასა ეწოდება ნივთიერების კილოგრამებით გამოსახულ ოდენობას, რომელიც რიცხობრივად ნივთიერების ატომური მასის ტოლია. ნივთიერების ერთი მოლის მასას უწოდებენ მოლურ მასას და იგი აღვნიშნება  $\mu$  ასოთი.

მოლეკულურ ფიზიკაში გამოიყენება აგრეთვე ნივთიერების ფარდობითი ატომური მასის ერთეული - დალტონი. ეს ერთეული ტოლია ნახშირბადის  $^{12}\text{C}$  იზოტოპის მოლური მასის  $1/12$  - ისა. ამრიგად, ნახშირბადის აღნიშნული იზოტოპის მოლური მასა ტოლია  $0.012 \text{კგ მოლი}^{-1}$ .

ნივთიერების მოლურ მასას, მასას და მასში მოლეკულების რაოდენობას შორის შემდეგი კავშირია:

$$\nu = \frac{N}{N_A} = \frac{m}{\mu}$$

ნივთიერების შემადგენელი მოლეკულების აღწერა ხდება საშუალო სიდიდეების მეშვეობით, ვინაიდან მოლეკულათა რიცხვი დიდია და ისინი ქაოსურად მოძრაობენ, ერთ-ერთი ასეთი სიდიდეა მოლეკულების საშუალო კვადრატული სიჩქარე, რომელიც განიმარტება როგორც კვადრატული ფესვი მოლეკულების ქაოსური მოძრაობის სიჩქარის კვადრატების საშუალო მნიშვნელობიდან:

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{v_1^2 + \dots + v_N^2}{N}}.$$

მეცხრამეტე საუკუნეში ლ. ბოლცმანმა დაადგინა, რომ ორი განსხვავებული ტემპერატურის მქონე სხეულის კონტაქტის შემთხვევაში მათი მოლეკულების მოძრაობის საშუალო კინეტიკური ენერგიები გათანაბრდება. ამავე დროს გათანაბრდება მათი ტემპერატურებიც. ეს კი იმაზე მიუთითებს, რომ მოლეკულების მოძრაობის საშუალო კინეტიკური ენერგია და სხეულის ტემპერატურა ერთმანეთთან კავშირშია. ჯ. მაქსველმა აჩვენა, რომ ეს კავშირი პირდაპირპროპორციული დამოკიდებულებით გამოისახება, კერძოდ,

$$\bar{E} = \frac{m_0 \bar{v}^2}{2} = \frac{3}{2} kT,$$

სადაც  $m_0$  არის მოლეკულის მასა,  $T = t + 273$  ( $t$  სხეულის ტემპერატურაა ცელსიუსის სკალით) - სხეულის აბსოლუტური ტემპერატურა, ხოლო  $k$  - ბოლცმანის მუდმივა:  $k = 1.38 \cdot 10^{-23}$  ჯ/კ. ვინაიდან კინეტიკური ენერგია დადებითია, დადებითია სხეულის აბსოლუტური ტემპერატურაც. ტემპერატურას, რომელზეც მოლეკულების საშუალო კინეტიკური ენერგია ნულის ტოლია, აბსოლუტური ნული ეწოდება.

აირის მოლეკულები, მოძრაობენ რა ქაოსურად, ჭურჭლის კედლებზე ემნიან  $p$  წნევას, რომელიც გამოითვლება ფორმულით:

$$p = nkT.$$

აქ  $n$  არის მოლეკულების კონცენტრაცია. ორი უკანასკნელი ფორმულის გაერთიანებით მივიღებთ

$$p = \frac{2}{3} n\bar{E}$$

ეს განტოლებები ერთმანეთთან აკავშირებს აირის მაკროსკოპულ და მიკროსკოპულ პარამეტრებს.

**მანძილი აირის მოლეკულებს შორის:** შეაფასეთ საშუალო მანძილი ჰაერის მოლეკულებს შორის ნორმალურ პირობებში ( $p = 1 \text{ ატმ} = 1.013 \cdot 10^5 \text{ პა}$ ,  $T = 273 \text{ K}$ ).

მოლეკულებს შორის მანძილად შეიძლება მივიჩნიოთ მათ ცენტრებს შორის არსებული მანძილი. მოლეკულების ფორმად შეიძლება მივიღოთ სფერო, რომლის დიამეტრია  $d$ . ამ შემთხვევაში სწორედ ეს სიდიდე შეიძლება მივიღოთ მოლეკულებს შორის მანძილის შეფასებად. გამოითვლება ერთი მოლეკულის მოცულობის საშუალებით, რომელიც შეიძლება გავიგოთ აირის კონცენტრაციიდან:

$$d = \sqrt[3]{\frac{6V_0}{\pi}}, V_0 = \frac{1}{n} = \frac{kT}{p}, \Rightarrow d = \sqrt[3]{\frac{6kT}{\pi p}}.$$

თუ ფორმულაში ჩავსვამთ რიცხვით მონაცემებს, მივიღებთ:  $d \approx 4.14 \cdot 10^{-8}$  მ.

**მოლეკულების რაოდენობა:** შეაფასეთ მოლეკულების რაოდენობა ატმოსფეროში (ჰაერის მოლური მასა  $\mu = 28.97 \cdot 10^{-3}$  კგ/მოლ).

ამოცანის ამოსახსნელად უნდა გავითვალისწინოთ თავისუფალი ვარდნის აჩქარების ცვლილება. ცნობილია, რომ ატმოსფეროს სისქე დაახლოებით 100 კმ-ია. ამ სიმაღლეზე თავისუფალი ვარდნის აჩქარების ცვლილება მცირეა და დაახლოებით 2%-ს შეადგენს, რაც შეიძლება უგულებელვყოთ.

მოლეკულების რაოდენობა  $N$  გამოითვლება მოლეკულების ცნების გამოყენებით:

$$N = \frac{m}{\mu} N_A,$$

სადაც  $m$  არის ჰაერის მასა ატმოსფეროში. მასის გასაგებად გამოვიყენოთ ატმოსფერული წნევა. მივიღოთ, რომ დედამიწის ზედაპირზე ატმოსფეროს მიერ წარმოებული წნევა ნორმალური ატმოსფეროს ტოლია. ატმოსფერო დედამიწის ზედაპირზე წნევას აწარმოებს მისი წონის ტოლი წნევის ძალით. თუ დედამიწას ჩავთვლით სფეროდ, მაშინ ეს წნევა გამოითვლება შემდეგი ფორმულით:

$$p = \frac{mg}{4\pi R^2}.$$

დედამიწის რადიუსი  $R = 6.4 \cdot 10^6$  მ. საბოლოოდ ატმოსფეროში მოლეკულების რაოდენობისთვის მივიღებთ:

$$N = \frac{4\pi R^2 p}{\mu g} N_A \approx 1.1 \cdot 10^{44}.$$

**აირის სახეობის დადგენა:** მოცემულია აირი, რომლის სიმკვრივე  $\rho = 0.09$  კგ/მ<sup>3</sup>, ხოლო კონცენტრაცია  $n = 2.7 \cdot 10^{25}$  1/მ<sup>3</sup>. განსაზღვრეთ ეს აირი.

აირის განსაზღვრა ნიშნავს მისი მოლური მასის პოვნას. თუ აირის მასაა  $m$ , ხოლო მასში მოლეკულების რაოდენობა -  $N$ , მაშინ აირის მოლური მასა

$$\mu = \frac{mN_A}{N}.$$

მოლეკულების რაოდენობის გამოსათვლელად გამოვიყენოთ აირის სიმკვრივე. მოლეკულების კონცენტრაცია

$$n = \frac{N}{V} = \frac{N}{m} \rho \Rightarrow N = \frac{nm}{\rho}.$$

ჩავსვათ  $N$ -ის ეს მნიშვნელობა მოლეკულის მასის გამოსათვლელ ფორმულაში. მივიღებთ

$$\mu = \frac{\rho N_A}{n} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ კგ/მოლ.}$$

ეს აირია წყალბადი.

**მოლეკულების რაოდენობის განსაზღვრა:** აირის მოლეკულების საშუალო კვადრატული სიჩქარე  $t = 27^\circ\text{C}$  არის 515 მ/წმ. განსაზღვრეთ მოლეკულების რაოდენობა აირში, თუ მისი მასაა  $m = 10\text{გ}$ .

აირში მოლეკულების რაოდენობა მასის ადიტიურობის გამო

$$N = \frac{m}{m_0},$$

სადაც  $m_0$  არის ერთი მოლეკულის მასა. განვსაზღვროთ იგი მოლეკულების საშუალო კინეტიკური ენერჯის ფორმულიდან:

$$\frac{m_0 \bar{v}^2}{2} = \frac{3}{2} kT \Rightarrow m_0 = \frac{3kT}{\bar{v}^2}.$$

ამრიგად, მოლეკულების რაოდენობა იქნება :

$$N = \frac{m \bar{v}^2}{3kT} = \frac{m \bar{v}^2}{3k(t + 273)} = 23 \cdot 10^{23}.$$

**მოლეკულების დაჯახებათა რიცხვი:** შეაფასეთ ოთახის ფანჯარაზე მოლეკულების დაჯახებათა რიცხვი 1 წამში, თუ ფანჯრის ფართობია  $S = 1\text{მ}^2$ , ჰაერის მოლეკულების კონცენტრაცია  $n = 2.4 \cdot 10^{25} \text{ 1/მ}^3$ , ხოლო ტემპერატურა ოთახში  $t = 27^\circ\text{C}$ .

ოთახის ფანჯრებს ეჯახება ის მოლეკულა, რომელიც მოძრაობს ფანჯრის მიმართულებით  $S$  ფართობისა და  $h$  სიმაღლის ( $\bar{v}$  სიჩქარით მოძრავი მოლეკულის მიერ  $t$  დროში გავლილი მანძილი) მქონე პარალელეპიპედის შიგნით. მოლეკულების ქაოსური მოძრაობის გამო მოლეკულების ნახევარი მოძრაობს ფანჯრის მიმართულებით, ხოლო ნახევარი - საპირისპიროდ, ამიტომ იმ მოლეკულების რიცხვი, რომლებიც ეჯახებიან ფანჯარას, იქნება

$$N = \frac{1}{2} n S \bar{v} t.$$

$\bar{v}$  სიჩქარეს გამოვიანგარიშებთ მოლეკულების მოძრაობის საშუალო კინეტიკური ენერჯის მეშვეობით:

$$\frac{m_0 \bar{v}^2}{2} = \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} k(t + 27), \Rightarrow \bar{v} = \sqrt{\frac{3k(t + 27)}{m_0}}, \Rightarrow \sqrt{\frac{3k(t + 27)}{\mu}} N_A.$$

ჩავსვათ სიჩქარის ეს მნიშვნელობა მოლეკულათა საძიებელი რიცხვის ფორმულაში. მივიღებთ:

$$N = \frac{1}{2} n S t \sqrt{\frac{3k(t + 27)}{\mu}} N_A = 19.28 \cdot 10^{25}.$$

**აირის ტემპერატურის ცვლილება:** აირის ტემპერატურის  $\Delta T$  სიდიდით გაზრდამ გამოიწვია მოლეკულათა მოძრაობის საშუალო სიჩქარის  $\Delta v$  სიდიდით გაზრდა. კიდევ რა სიდიდით უნდა გაიზარდოს აირის ტემპერატურა, რომ მოლეკულების მოძრაობის საშუალო სიჩქარე კვლავ გაიზარდოს  $\Delta v$  სიდიდით? აირის მოლური მასაა  $\mu$ .

მოლეკულის საშუალო კინეტიკური ენერჯია ტოლია

$$\frac{m_0 \bar{v}^2}{2} = \frac{3}{2} kT.$$

თუ ტოლობის ორივე მხარეს გავამრავლებთ ავოგადროს რიცხვზე, ტოლობა მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\frac{\mu \bar{v}^2}{2} = \frac{3}{2} RT,$$

სადაც  $R = kN_A = 8.31$  ჯ/(K მოლი) არის აირის უნივერსალური მუდმივა. აირის ტემპერატურის  $\Delta T$  სიდიდით გაზრდის შემდეგ

$$\frac{\mu(\bar{v} + \Delta v)^2}{2} = \frac{3}{2} R(T + \Delta T), \Rightarrow v = \frac{3R\Delta T - \mu\Delta v^2}{2\mu\Delta v}. \quad (1)$$

ვთქვათ,  $x$  არის ტემპერატურის ნაზრდი, რომლის დროსაც სიჩქარე კიდევ გაიზარდება  $\Delta v$  სიდიდით. მაშინ

$$\frac{\mu(\bar{v} + 2\Delta v)^2}{2} = \frac{3}{2} R(T + \Delta T + x), \Rightarrow v = \frac{3Rx - 3\mu\Delta v^2}{2\mu\Delta v}. \quad (2)$$

გავუტოლოთ ერთმანეთს (1) და (2) ტოლობაში ნაპოვნი  $v$  სიჩქარის გამომსახველი ფორმულების მარჯვენა მხარეები. მივიღებთ

$$\frac{3R\Delta T - \mu\Delta v^2}{2\mu\Delta v} = \frac{3Rx - 3\mu\Delta v^2}{2\mu\Delta v},$$

საიდანაც ვპოულობთ  $x - s$ :

$$x = \frac{3R\Delta T + 2\mu\Delta v^2}{3R}.$$

**მოლეკულების რაოდენობის განსაზღვრა:** ჭურჭელში მოათავსეს მოლეკულურ მდგომარეობაში მყოფი  $m_1 = 1$ გ წყალბადი და  $m_2 = 4$ გ ჟანგბადი. წყალბადის ორი მოლეკულისა და ჟანგბადის ერთი მოლეკულის შეერთების რეაქციის შედეგად წარმოიქმნა ორი მოლეკულა წყალი, ამასთან, ჭურჭელში შეიქმნა წყლის მაქსიმალური რაოდენობა. იპოვეთ მოლეკულების რაოდენობა ჭურჭელში რეაქციის შემდეგ.

უპირველესად, გავარკვიოთ ჭურჭელში წყალბადისა და ჟანგბადის მოლეკულების საწყისი რაოდენობა. თუ  $\mu_1$  და  $\mu_2$  შესაბამისად წყალბადის და ჟანგბადის მოლური მასებია, მაშინ წყალბადის და ჟანგბადის მოლეკულათა რაოდენობა, შესაბამისად, ტოლია

$$N_1 = \frac{m_1}{\mu_1} N_A, \quad N_2 = \frac{m_2}{\mu_2} N_A.$$

ამოცანის კითხვაზე პასუხის გასაცემად საჭიროა ვიცოდეთ მოლეკულათა რაოდენობების თანაფარდობა, იგი ტოლია

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{m_1}{m_2} \frac{\mu_2}{\mu_1} = \frac{1}{4} \cdot \frac{32}{2} = 4.$$

ე.ი. წყალბადის მოლეკულა ჟანგბადის მოლეკულაზე 4-ჯერ მეტია. ამოცანის პირობის თანახმად, რეაქციაში შედის წყალბადის ორი და ჟანგბადის ერთი მოლეკულა და, მაშასადამე, ჭურჭელში არის წყლის წარმოსაქმნელად საჭიროზე მეტი წყალბადი. რეაქციის შემდეგ წყლის მოლეკულებთან ერთად ჭურჭელში დაგვრჩება წყალბადის მოლეკულების  $N_3$  რაოდენობა, რომელიც ტოლია

$$N_3 = N_1 - 2N_2 = 2N_2.$$

ამოცანის პირობის თანახმად, წარმოქმნილი წყლის მოლეკულების რაოდენობა ორჯერ მეტია რეაქციაში შესული ჟანგბადის მოლეკულების რაოდენობაზე:

$$N_4 = 2N_2.$$

ამრიგად, რეაქციის შემდეგ ჭურჭელში მოლეკულების რაოდენობა  $N$  ტოლი იქნება

$$N = N_3 + N_4 = 4N_2 = 3 \cdot 10^{23}.$$

მოლეკულების მოძრაობის საშუალო სიჩქარე: ორ ერთნაირ ჭურჭელში მოთავსებულია  $m_1 = 2$  გ და  $m_2 = 3$  გ ერთი და იგივე ერთატომიანი აირი. მოლეკულების მოძრაობის საშუალო სიჩქარეები შესაბამისად ტოლია  $v_1 = 600$  მ/წმ და  $v_2 = 800$  მ/წმ. ჭურჭლების შეერთების შემდეგ სისტემაში დამყარდა სითბური წონასწორობა. გამოთვალეთ ნარევი მოლეკულის მოძრაობის საშუალო სიჩქარე  $v$ . ჭურჭლები გარემოსგან სითბურად იზოლირებულია. ვინაიდან გარემოსთან ენერჯის მიმოცვლა არ ხდება, სითბური ბალანსის განტოლებიდან ( $Q_1 = Q_2$ ) მივიღებთ:

$$m_1 T_1 + m_2 T_2 = (m_1 + m_2) T.$$

ტემპერატურებს თუ გამოვსახავთ მოლეკულის საშუალო კინეტიკური ენერჯით, გვექნება

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = (m_1 + m_2) \frac{v^2}{2}.$$

აქედან

$$v = \sqrt{\frac{m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2}{m_1 + m_2}} = 727 \text{ მ/წმ.}$$