

ალგებრის სწავლებისას ინფორმაციულ-საკომუნიკაციო ტექნოლოგიების გამოყენების ნიმუშები

შესავალი

ამ სტატიაში განვიხილავთ ალგებრის სწავლა/სწავლების დროს ოთხი სახის პროგრამული უზრუნველყოფის გამოყენების ნიმუშებს. ესენია: ელექტრონული ცხრილი, გრაფიკების ასაგები პროგრამა, პროგრამირება და კომპიუტერული ალგებრის სისტემა. პროგრამული უზრუნველყოფის გამოყენება შესაძლოა მოიცავდეს ისეთ საკითხებს, როგორებიცაა:

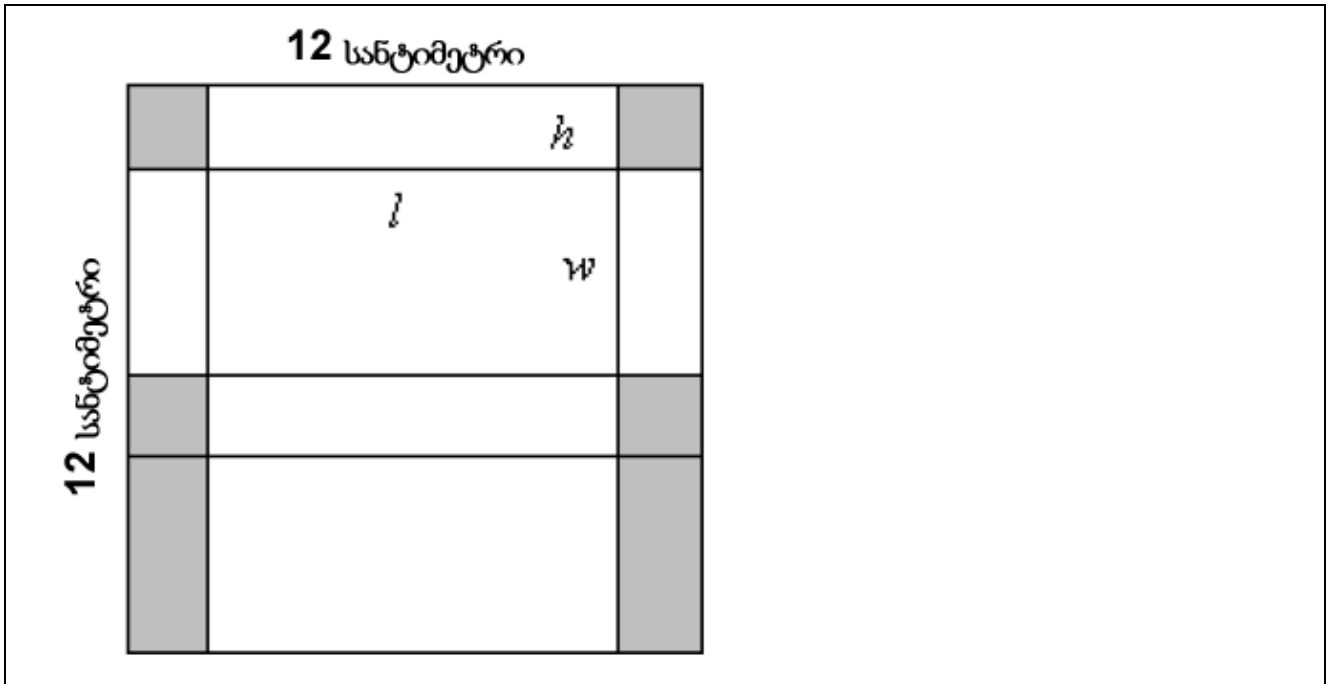
- . კომპიუტერული ალგებრის სისტემის გამოყენება განტოლების ამოხსნის დროს;
- . ელექტრონული ცხრილის გამოყენება რომელიმე ალგორითმის შესასწავლად;
- . გრაფიკების ასაგები პროგრამის გამოყენება ფუნქციათა ერთპარამეტრიანი ოჯახის შესასწავლად.

ელექტრონული ცხრილი

ელექტრონული ცხრილი შეიქმნა ძირითადად როგორც ფინანსური გამოთვლების ერთ-ერთი საშუალება და არა როგორც პედაგოგიური დანიშნულების მქონე კომპიუტერული პროგრამა. მიუხედავად ამისა, უკანასკნელ ხანს მას სულ უფრო ხშირად იყენებენ სხვადასხვა სახის სასკოლო მათემატიკური აქტივობების დროს. კერძოდ ესაა, მონაცემთა წარმოდგენა და დამუშავება, დიაგრამების და გრაფიკების აგება, ფუნქციის თვისებების გამოკვლევა. სასკოლო ალგებრის ერთ-ერთ საკითხად შეიძლება განვიხილოთ კომუნიკაცია ელექტრონული ცხრილის საშუალებით.

განვიხილოთ ერთი მაგალითი, რომელშიც ნაჩვენებია იქნება, როგორ შეიძლება ელექტრონული ცხრილის გამოყენება ისეთი ამოცანის ამოხსნის დროს, რომელიც ერთი შეხედვით უკავშირდება კალკულუსის კურსის საკითხს.

ამოცანა: *ნახაზზე ნაჩვენებია, როგორ მზადდება დახურული მართკუთხოვანი ყუთი. მუყაოს კვადრატული ფურცლისგან ჭრიან იმ ნაწილებს, რომლებიც გამუქებულია. კვადრატის გვერდის სიგრძეა 12 სანტიმეტრი. იპოვეთ (h, l, w) რიცხვების ის სამეული, რომლისთვისაც ყუთს ექნება უდიდესი მოცულობა.*



არსებობს ამ ამოცანის მრავალი ვარიანტი. ზოგიერთ მათგანში ნახსენებია ყუთი, რომელიც არ არის გადახურული; ზოგიერთი დაკავშირებულია ზედაპირის ფართობის მაქსიმიზაციასთან. შეიძლება ითქვას, რომ ეს არის ერთ-ერთი ყველაზე შესაფერისი ამოცანა საბაზო საფეხურის სასკოლო მათემატიკისთვის. იგი წარმოადგენს ოპტიმიზაციის ამოცანის ნიმუშს, რომელიც კლასიკური მიდგომით იხსნება კალკულუსის, კერძოდ, დიფერენციალური აღრიცხვის გამოყენებით. მიუხედავად ამისა, ალგებრული აპარატისა და ელექტრონული ცხრილის გამოყენებით ეს ამოცანა გადაიქცევა კვლევითი სახის პროექტად, რომელიც სავსებით ხელმისაწვდომია საბაზო საფეხურის მოსწავლეებისთვის. იგი იხსნება სიზუსტის იტერაციული გაუმჯობესების ხერხით და თუმცადა მოსწავლეებს ყოველთვის არ შეუძლიათ ზოგადი დასკვნის ჩამოყალიბება, ეს ხერხი ხელს უწყობს კვლევითი უნარების განვითარებას, რაც შემდგომ ზოგადი დასკვნების ჩამოყალიბების საფუძველი გახდება.

	h	$V = h(12 - h)(6 - h)$
1	1	50
2	2	64
3	3	54
4	4	32
5	5	10
1	1.5	60.75
2	1.6	61.952
3	1.7	62.866
4	1.8	63.504
5	1.9	63.878
6	2	64
7	2.1	63.882
8	2.2	63.536
9	2.3	62.974
10	2.4	62.208
1	1.95	63.96975
2	1.96	63.980672
3	1.97	63.989146
4	1.98	63.995184
5	1.99	63.998798
6	2	64
7	2.01	63.998802
8	2.02	63.995216

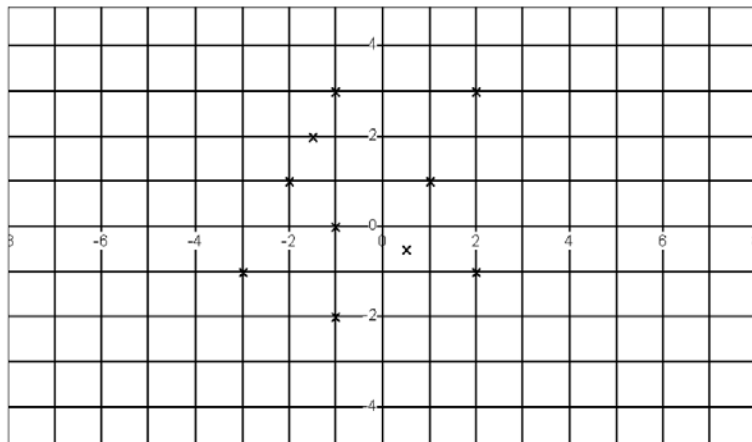
გრაფიკების ასაგები პროგრამის გამოყენება

გრაფიკების ასაგები პროგრამების გამოყენება, როგორც წესი, ადვილია და მათი დანიშნულებაც გასაგებია - მათი საშუალებით იხატება ფუნქციის ან სხვა სახის მონაცემების გრაფიკები. ამ პროგრამების საშუალებით შესაძლებელია სხვადასხვა სახის გრაფიკის დახაზვა: დეკარტეს კოორდინატთა სისტემის გამოყენებით, პარამეტრული სახით მოცემული დამოკიდებულების, პოლარული კოორდინატების გამოყენებით, სხვადასხვა კომპიუტერულ პროგრამას სხვადასხვა რამ შეუძლია. ზოგიერთი მათგანის საშუალებით შესაძლებელია არაცხადი ფუნქციის გრაფიკის აგება, ზოგიერთს სამგანზომილებიან სივრცეში ზედაპირების გამოსახვის შესაძლებლობა აქვს, ხოლო ზოგიერთს - უტოლობების შესაბამისი არის გრაფიკულად გამოსახვისა. მასწავლებელთა დიდი ნაწილი ამ პროგრამებს თავდაპირველად ისეთი დავალებებისთვის იყენებს, რომლებიც ტრადიციულ დავალებათა იმიტაციას წარმოადგენს. ასეთი დავალებები, როგორც წესი, მხოლოდ

ფანქრისა და ფურცლის მეშვეობით სრულდება. მაგალითად, რომელიმე კონკრეტული ფუნქციის ან ფუნქციათა ოჯახის გრაფიკების ასაგებად. ამ პროგრამების ასეთი გამოყენების ერთადერთი უპირატესობა ისაა, რომ მათი მეშვეობით შესაძლებელია ამ სამუშაოს უფრო სწრაფად შესრულება.

მაგრამ ის დავალებები, რომელთა შესრულების დროს შესაძლებელია კომპიუტერის გამოყენება, სცილდება იმ ფარგლებს, სადაც კომპიუტერს მხოლოდ ფანქრისა და ფურცლის იმიტაციად ვიყენებთ. მაგალითად, განვიხილოთ ასეთი თამაშისმაგვარი აქტივობა:

მოსწავლეებს ვაჩვენოთ ეკრანზე გამოსახული ბადე, რომელზეც დასმულია წერტილები:



თამაშის მიზანია ისეთი წრფეების გავლება, რომლებიც რაც შეიძლება მეტ წერტილს მოიცავს. ყოველი წრფისთვის ქულების რაოდენობა მასზე განთავსებული წერტილების რაოდენობის ტოლია.

ამას შეიძლება მოჰყვეს დავალება, რომელშიც მოსწავლეებს მოეთხოვებათ გავლებული წრფეების განტოლებათა შედგენა ან ამ წრფეთა სიმეტრიული წრფეების აგება საკოორდინატო ღერძების მიმართ. ამგვარი აქტივობის გავრცობა შეიძლება კვადრატული, კუბური და სხვა სახის ფუნქციათა გრაფიკებისთვის, მოსწავლეთა ასაკობრივი ჯგუფის მიხედვით.

ცხადია, მხოლოდ ფანქრისა და ფურცლის გამოყენებით ასეთი დავალების შესრულება ძალზე მოსაწყენი და დაბალი სირთულის ხაზვის ამოცანაა, გრაფიკების ასაგები პროგრამის გამოყენებისას კი ეს დავალება მოითხოვს შემოქმედებით მიდგომას და ალგებრასთან დაკავშირებული ცოდნის ეფექტიან გამოყენებას.

პროგრამირება

სასკოლო მათემატიკის სწავლების პროცესის მონაწილეები ბევრს კამათობენ იმის შესახებ, უნდა ისწავლებოდეს თუ არა პროგრამირება სკოლაში ცალკე საგნად და უნდა იყოს თუ არა წარმოდგენილი მისი ნაწილი მათემატიკის საგნობრივ პროგრამაში, ხოლო მათ შორის, ვინც სკოლაში პროგრამირების სწავლებას ეთანხმება, კამათი მიმდინარეობს იმის შესახებ, რომელი ენა ჯობს ისწავლებოდეს სკოლაში ან იყოს დამხმარე საშუალება სხვადასხვა დისციპლინისთვის. ამჯერად ჩვენი მიზანი არ არის ამ კამათის გაგრძელება ან მასში გამოთქმული რომელიმე

მოსაზრების დასაბუთება. ჩვენ მხოლოდ იმის წარმოჩენას შევეცდებით, რის გაკეთება შეიძლება პროგრამირების ე.წ. "იმპერატიული ენისა" და "ფუნქციური ენის" საშუალებით.

პირველ მაგალითში განიხილება ორი ნატურალური რიცხვის უდიდესი საერთო გამყოფის მოძებნის ევკლიდეს ალგორითმი. არსებობს ამ ალგორითმის რეალიზაციის მრავალი ხერხი, მაგრამ აღსანიშნავია, რომ თავად ალგორითმი იძლევა მრავალი სხვადასხვა მიდგომისა და ინსტრუმენტის გამოყენების საშუალებას, რაც, თავის მხრივ, ხელს უწყობს ალგორითმებთან დაკავშირებული კომპეტენციების მრავალმხრივ განვითარებას.

ალგორითმის რეალიზაციის აღწერა *Excel* -ში

J	K
96	27
27	69
27	42
27	15
15	12
12	3
3	9
3	6
3	3
3	0

=MIN(J4:K4)
 =MAX(J4:K4)-J5
 აქ ხდება უჯრების მონაცემების გავრცობა ვიდრე არ მივიღებთ ტოლ რიცხვებს

ფუნქციური ენის გამოყენების მაგალითად გამოდგება ისეთი პროგრამა, როგორცაა *Logo*, რომელიც ტრადიციული საგანმანათლებლო დანიშნულების კომპიუტერული პროგრამაა *Windows*-ის გარემოში, ან *KTurtle*, რომელიც გავრცელებულია *Linux*-ისთვის და ფართოდ გამოიყენება ალგორითმული კომპეტენციების განვითარებისა და მათემატიკური პროცედურების ალგორითმული რეალიზაციის უნარის განსავითარებლად. ამ პროგრამების ძირითადი დანიშნულება და უპირატესობა ის არის, რომ მათი გამოყენების დროს საჭიროა მცირე ძალისხმევა მათემატიკური წარმოდგენების ალგორითმული რეალიზაციისთვის.

KTurtle -ის გამოყენების ნიმუში გეომეტრიაში

ამ პროგრამის გამოყენება შესაძლებელია ცვლადების შემოტანის გარეშე, თუმცა ცვლადების შემოტანა ანალიზური გეომეტრიის ელემენტებთან ერთად იძლევა საშუალებას, ეფექტიანად მოხდეს სამი სფეროს ინტეგრირება: ალგებრისა, გეომეტრიისა და ინფორმაციულ-საკომუნიკაციო ტექნოლოგიებისა. აქ მოყვანილია ნიმუში, როგორ შეიძლება მცირე ზომის სცენარის საშუალებით აიგოს წესიერი ცხრაკუთხედი და განისაზღვროს პროცედურა, რომელიც წვეროების რაოდენობისა და გვერდის სიგრძის მიხედვით აგებს წესიერ მრავალკუთხედს.

```

pendown
repeat 9
{
    forward 100
    turnright 40
}
penup

```

გარდა ამგვარი ინტეგრაციისა, ამ პროგრამის საშუალებით შესაძლებელია ისეთი ალგებრული ცნებებისა და პროცედურების დემონსტრირება და გააზრება, როგორებიცაა რეკურსია (ეს ახალი საგნობრივი პროგრამის ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი ცნებაა), ფუნქციების კომპოზიცია, იტერაცია და სხვ.

კომპიუტერული ალგებრის სისტემები

პროგრამული უზრუნველყოფა, რომელიც მომხმარებელს აძლევს ისეთი ალგებრული მანიპულაციების ჩატარების საშუალებას, რომლებიც ქაღალდზე სრულდება, საკმაოდ გავრცელებულია. ასეთი პროცედურების შესრულება შესაძლებელია ბევრი თანამედროვე კალკულატორის გამოყენებითაც. საკლასო გარემოში ამგვარი სისტემების გამოყენების დროს განსაკუთრებული ყურადღება უნდა მიექცეს ისეთი აქტივობებისა და ამოცანების შერჩევას, რომლებიც მკაფიოდ წარმოაჩენს ასეთ მოწყობილობათა გამოყენების აუცილებლობასა და ადეკვატურობას.

მაგალითად, საკმაოდ გავრცელებული და მძლავრი კომპიუტერული ალგებრის სისტემა *Maxima* შეიძლება გამოვიყენოთ $x^2 - x - 12$ კვადრატული სამწევრის ფაქტორიზაციისთვის:

```

(%i4) factor(x^2 - x - 12);
(%o4) (x - 4)(x + 3)

```

მაგრამ ამ სახის დავალების პედაგოგიური დანიშნულება და მიზანშეწონილობა საკამათოა, ისევე როგორც კალკულატორის საშუალებით $7 \times 9 = 63$ ნამრავლის გამოთვლა.

განვიხილოთ მაგალითი იმისა, თუ როგორ შეიძლება *Maxima*-ს გამოყენება ისეთ სტანდარტულ მოქმედებასთან დაკავშირებული კანონზომიერების აღმოსაჩენად, როგორიც არის $x^n - 1$, $n \in \mathbf{N}$ სახის მრავალწევრის ფაქტორიზაცია. ის ფაქტი, რომ $x^n - 1 = (x - 1)(x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + x + 1)$, ალგებრის სასკოლო კურსის ერთ-ერთი სტანდარტული ამოცანაა. *Maxima*-ს გააჩნია ბრძანება

$factor(\dots)$, რომლის საშუალებითაც შესაძლებელია მრავალწევრის ფაქტორიზაცია. ამ ბრძანების გამოცემა ნატურალური რიცხვების მიმდევრობისათვის, $n = 1, 2, \dots, 13$, გვაძლევს ასეთ შედეგს:

```
(%i1) for i: 1 thru 13 do
      display(factor(x^i-1));
factor(x-1)=x-1
factor(x^2-1)=(x-1)(x+1)
factor(x^3-1)=(x-1)(x^2+x+1)
factor(x^4-1)=(x-1)(x+1)(x^2+1)
factor(x^5-1)=(x-1)(x^4+x^3+x^2+x+1)
factor(x^6-1)=(x-1)(x+1)(x^2-x+1)(x^2+x+1)
factor(x^7-1)=(x-1)(x^6+x^5+x^4+x^3+x^2+x+1)
factor(x^8-1)=(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)
factor(x^9-1)=(x-1)(x^2+x+1)(x^6+x^3+1)
factor(x^10-1)=(x-1)(x+1)(x^4-x^3+x^2-x+1)(x^4+x^3+x^2+x+1)
factor(x^11-1)=(x-1)(x^10+x^9+x^8+x^7+x^6+x^5+x^4+x^3+x^2+x+1)
factor(x^12-1)=(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^2-x+1)(x^2+x+1)(x^4-x^2+1)
factor(x^13-1)=(x-1)(x^12+x^11+x^10+x^9+x^8+x^7+x^6+x^5+x^4+x^3+x^2+x+1)
(%o11) done
```

ამ შედეგის შესწავლა და კანონზომიერებათა აღმოჩენა, მერე კი მათი დასაბუთება საკმაოდ რთული და საინტერესო ამოცანაა არა მხოლოდ მოსწავლისთვის, არამედ მასწავლებლისთვისაც. აქ ბუნებრივად ჩნდება კითხვების სერია:

. რა სახის ფაქტორიზაციას იძლევა *Maxima* -ს ბრძანება *factor* ?

. რატომ არის, რომ მარტივი რიცხვებისთვის გვაქვს მხოლოდ ორი თანამამრავლი: $x-1$ და $x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + x + 1$, ხოლო შედგენილი რიცხვებისთვის - ორზე მეტი?

. რამდენი თანამამრავლი აქვს ამ დაშლას მოცემული n -ისათვის?

. როგორ მიიღება ეს თანამამრავლები?

კითხვების ეს სერია მხოლოდ ალგებრის კონკრეტულ პროცედურულ საკითხთან - ამ ორწევრის ფაქტორიზაციასთან - კი არ არის დაკავშირებული, არამედ ერთმანეთთან აკავშირებს რიცხვთა თეორიისა და ალგებრის საკმაოდ საინტერესო საკითხებს და, ამასთან, ხელს უწყობს მოსწავლისთვის კანონზომიერებათა აღმოჩენისა და კვლევის უნარის განვითარებას.

სწავლება

ისტ საშუალებების გამოყენება ალგებრის სწავლებისას შესაძლოა საინტერესო და ეფექტური იყოს, მაგრამ აქ, გამორიცხული არ არის, შევეჯახოთ რამდენიმე პრობლემას. ამ ნაწილში ჩვენ ამ პრობლემების პოზიტიურ ასპექტზე შევჩერდებით. ეს ნიშნავს, პრობლემათა გაანალიზების შედეგად აღვიჭურვოთ ცოდნით, რომელიც ამ პრობლემებს თავიდან აგვაცილებს. ძირითადად სამ

მიმართულებას განვიხილავთ: დროის მართვის პრობლემას, საგნის ცოდნასა და რესურსების შერჩევა-გამოყენებას.

გაკვეთილის პროცესში ისტ საშუალებების ინკორპორაციის დროს საჭიროა განსაზღვრული დონის კომპეტენტურობა პროგრამული უზრუნველყოფის გამოყენებაში. გარდა ამისა, აუცილებელია შესაფერისი თემატიკისა და დავალებების პოვნა, საგაკვეთილო პროცესის უფრო დეტალური დაგეგმვა, ვიდრე ჩვეულებრივი საგაკვეთილის დროს. წესისამებრ, რაც უფრო იწაფება მასწავლებელი ისტ-ის გამოყენებაში, მით უფრო ნაკლები დრო და ძალისხმევა სჭირდება დამატებითი მოსამზადებელი პროცედურების შესასრულებლად. აქ განხილული პროგრამული უზრუნველყოფისთვის ჩამოყალიბებული მოსაზრებები არ არის ერთნაირი. არსებობს ვრცელი დიაპაზონი, რომელშიც იცვლება სასწავლო პროცესში გამოყენებადი ისტ საშუალებების პარამეტრები. ორი უკიდურესობაა გრაფიკების ასაგები საშუალება და კომპიუტერული ალგებრის სისტემა. პირველი მათგანის ათვისება და გამოყენება საკმაოდ ადვილია. ასევე ადვილია მისი ადეკვატური გამოყენების განსაზღვრა. მეორე სახის პროგრამული უზრუნველყოფის (კომპიუტერული ალგებრის სისტემა - CAS) შესწავლა უფრო მეტ დროსა და ძალისხმევას მოითხოვს; ამასთანავე, საკმაოდ ძნელი განსასაზღვრია, როდის და როგორ გამოვიყენოთ იგი (მაგალითად, ცხადია, რომ CAS-ის გამოყენება კვადრატული განტოლებების ამოსახსნელად, მაშინ, როდესაც ახალი სასწავლო თემა დაკავშირებულია ასეთი განტოლების ამონახსნების ფორმულის გამოყენასთან, სრულიად არაადეკვატურია).

სასწავლო პროცესში პროგრამული უზრუნველყოფის ჩართვა მოითხოვს არა მხოლოდ მის ფლობას და შესაფერისი თემატიკის შერჩევას, არამედ იმის განსაზღვრასაც, ამ თემატიკის რომელი ასპექტების წარმოსაჩენად გამოვიყენოთ პროგრამა და მისი რომელი ფუნქციები გამოვიყენოთ ამ საკითხთან დაკავშირებით.

ალგებრის საგაკვეთილო ისტ-ის გამოყენების დროს შესაძლოა წარმოიშვას გადაულახავი სირთულე, რომელიც გამოწვეულია საკითხის მათემატიკური მხარით. შესაძლოა, ასეთმა სირთულემ თავი იჩინოს თვით ისტ-ის მხრივ, ან, სულაც, ორივე მხრიდან. ამგვარმა სირთულემ, მასწავლებლის პედაგოგიური გამოცდილების მიხედვით, შესაძლოა გაააქტიუროს შემოქმედებითი მიდგომა, ანდა, პირიქით, დამთრგუნველი აღმოჩნდეს როგორც მოსწავლისთვის, ასევე მასწავლებლისთვისაც.