

## ფიზიკა ამოცანებში – მუდმივობის კანონები მექანიკაში

### (გაგრძელება - 7)

მუდმივობის კანონები მექანიკაში დაკავშირებულია ისეთ სიდიდეებთან, როგორცაა სხეულის იმპულსი და სხეული მექანიკური ენერგია. ეს უკანასკნელი წარმოადგენს სხეულის კინეტიკური და პოტენციური ენერგიების ჯამს.

იმპულსის მუდმივობის კანონი ასე ჩამოყალიბდება: სხეულთა ჩაკეტილი სისტემის იმპულსების გეომეტრიული ჯამი მუდმივ სიდიდეს წარმოადგენს. თუ სისტემა შედგება  $N$  სხეულისგან, მაშინ იმპულსის მუდმივობის კანონი მათემატიკურად ასე ჩაიწერება:

$$\sum_{i=1}^N \vec{p}_i = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_N = \text{const.}$$

სხეულთა სისტემას ეწოდება ჩაკეტილი, თუ ამ სისტემაზე არ მოქმედებს გარეშე ძალა ან გარეშე ძალების ტოლქმედი ნულის ტოლია. ამ კანონის არსი მდგომარეობს იმაში, რომ თუ ჩაკეტილი სისტემის შემადგენელი სხეულები ერთმანეთთან ურთიერთქმედებენ, მათ შორის ხდება იმპულსების გაცვლა ისე, რომ იმპულსების გეომეტრიული ჯამი არ იცვლება. აქვე შევახსენებთ მკითხველს, რომ ნიუტონის მეორე კანონის პირველი ფორმულირება დაკავშირებული იყო სწორედ იმპულსის ცნებასთან, სახელდობრ სხეულზე მოქმედი ძალა ტოლია სხეულის იმპულსის ცვლილების სისწრაფის:

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1}{\Delta t}.$$

მკაცრი განმარტებით ძალა ტოლია იმპულსის წარმოებული დროით:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}.$$

რაც ზოგადად ნიშნავს, რომ იმპულსის ცვლილება შეიძლება იყოს გამოწვეული არა მარტო სიჩქარის, არამედ მასის ცვლილებითაც.

სხეულის სრული მექანიკური ენერგიის მუდმივობის კანონი შემდეგნაირად ყალიბდება: ჩაკეტილი სისტემის სრული მექანიკური ენერგია მუდმივ სიდიდეს წარმოადგენს, თუ სისტემის სხეულებს შორის მოქმედებენ მხოლოდ კონსერვატიული ძალები.

$$\sum_{i=1}^N E_i = E_1 + E_2 + \dots + E_N = \text{const.}$$

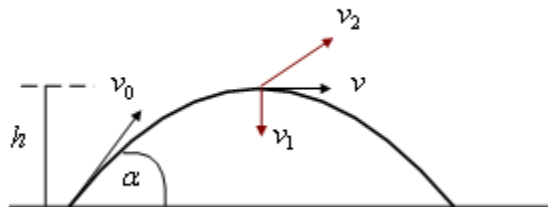
კონსერვატიული ძალის ქვეშ იგულისხმება ძალა, რომლის მიერ შესრულებული მუშაობა დამოკიდებულია მხოლოდ სხეული საწყის და საბოლოო მდებარეობაზე და არ არის დამოკიდებული არც ტრაექტორიის ფორმაზე და არც მის სიგრძეზე. მექანიკაში ასეთი ძალებია სიმძიმის და დრეკადობის ძალები. ენერგიაზე საუბრისას უნდა გვახსოვდეს, რომ იგი განისაზღვრება ადიტიური მუდმივის სიზუსტით. საქმე ის არის, რომ სხეულზე მოქმედი

ძალის მუშაობა გამოისახება სხეული ენერჯის ცვლილებით, რაც ცხადია არ არის დამოკიდებული ენერჯის ნულოვანი დონის არჩევანზე. კინეტიკური ენერჯის შემთხვევაში ენერჯის ნულოვან დონედ ბუნებრივია მიჩნეულია უძრავი სხეული კინეტიკური ენერჯია. ასევე დრეკადად დეფორმირებული სხეულის შემთხვევაში ნულოვან დონედ (აქ საუბარია პოტენციურ ენერჯიაზე) მიჩნეულია სხეულის არადეფორმირებული მდგომარეობა. სიმძიმის ძალის ველში პოტენციური ენერჯის ნულოვან დონედ ვირჩევთ კონკრეტული ამოცანის პირობის შესაბამისად. აქვე შეგახსენებთ, რომ გარეშე ძალების მიერ შესრულებული მუშაობა ტოლია სისტემის სრული მექანიკური ენერჯის ცვლილების:

$$A = E_2 - E_1.$$

სხეულთა დაჯახებისას განიხილავენ დრეკად და არადრეკად დაჯახებებს. ამ უკანასკნელის შემთხვევაში სხეულთა საწყისი სრული ენერჯის ნაწილი გარდაიქმნება დეფორმაციის ენერჯიაში, რაც გამოიხატება სხეულთა გათბობაში, ამ დროს გამოყოფილი სითბოს რაოდენობა უტოლდება სხეულთა საწყისი და საბოლოო ენერჯიების სხვაობას.

**კუთხით გასროლილი სხეულის მოძრაობა:** ყუმბარა გასროლილია ჰორიზონტისადმი  $\alpha=45^\circ$  კუთხით და  $v_0 = 6\text{მ/წმ}$  სიჩქარით. ტრაექტორიის უმაღლეს წერტილში იგი გასკდა ორ თანაბარ ნაწილად ისე, რომ ერთი ნაწილი დაეცა დედამიწაზე ზუსტად ამ წერტილის ქვეშ  $V = 10\text{ მ/წმ}$  სიჩქარით. (იხ. ნახ. 1). გამოთვალეთ ორივე ნაწილის სიჩქარე უშუალოდ ყუმბარის გასკდომისას. ჰაერის წინაღობა უგულებელყავით.



ნახ. 1

გასროლილი ყუმბარის იმპულსი იცვლება მისი მოძრაობის დროს. სხეულის იმპულსი ტრაექტორიის უმაღლეს წერტილში ტოლია  $m\vec{v}$ . თუ ყუმბარას განვიხილავთ როგორც მისი ორი ტოლი ნაწილის ერთობლიობას, მაშინ ამ სისტემისთვის ადგილი აქვს იმპულსის მუდმივობის კანონს. ამ კანონის თანახმად:

$$m\vec{v} = \frac{m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2}{2}.$$

კოორდინატთა სისტემის  $ox$  ღერძი ავირჩიოთ ჰორიზონტალურად  $\vec{v}$  გასწვრივ, ხოლო  $oy$  ვერტიკალურად ზევით. მაშინ, რადგან ჰაერის წინააღმდეგობას მხედველობაში არ ვიღებთ,

$$v = v_0 \cos \alpha.$$

საკოორდინატო ღერძებზე დაგეგმილებით მივიღებთ შემდეგ განტოლებათა სისტემას:

$$\begin{cases} v_0 \cos \alpha = \frac{1}{2} v_2 \cos \beta \\ v_2 \sin \beta - v_1 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

ეს ორი განტოლება შეიცავს სამ უცნობს, მაგრამ ჩვენ არ გამოვიყენებთ ამოცანის კიდევ ერთი პირობა, კერძოდ, პირველი ნამსხვრევი დაეცა დედამიწაზე  $V$  სიჩქარით. რადგან პირველი ნამსხვრევის საწყისი სიჩქარე არის  $v_1$

$$V^2 = v_1^2 + 2gh,$$

სადაც  $h$  არის  $v_0$  სიჩქარით გასროლილი ყუმბარის ასვლის მაქსიმალური სიმაღლე. ეს უკანასკნელი კი გამოითვლება ფორმულით:

$$h = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}.$$

ამ ორი უკანასკნელი განტოლებიდან მივიღებთ:

$$v_1 = \sqrt{V^2 - v_0^2 \sin^2 \alpha} = 9.06 \frac{\text{მ}}{\text{წმ}},$$

რომლის გათვალისწინებით (1) განტოლებათა სისტემიდან მივიღებთ:

$$\tan \beta = \frac{v_1}{v_0 \cos \alpha} = \frac{\sqrt{V^2 - v_0^2 \sin^2 \alpha}}{2v_0 \cos \alpha} = 1.07 \Rightarrow \beta = 46.9^\circ.$$

ამრიგად, მეორე ნამსხვრევი გაიტყორცნება ჰორიზონტის მიმართ  $\beta = 64.9^\circ$  კუთხით, ხოლო სიჩქარის მოდული ტოლია:

$$v_2 = \frac{v_1}{\sin \beta} = \frac{\sqrt{V^2 - v_0^2 \sin^2 \alpha}}{\sin \beta} = 12.41 \frac{\text{მ}}{\text{წმ}}$$

**მექანიკური ენერჯის გარდაქმნა სითბურ ენერჯიად:**  $h = 1\text{მ}$  სიმაღლის ჰორიზონტალურ მაგიდაზე  $m = 2\text{კგ}$  მასის სხეულს მიანიჭეს სიჩქარე  $v = 5\text{მ/წმ}$ . სხეული გასრიალდა და მაგიდიდან გადმოვარდა. გამოთვალეთ სხეულის დედამიწაზე დავარდნისას გამოყოფილი სითბოს რაოდენობა აბსოლუტურად არადრეკადი დაცემისას. ხახუნის კოეფიციენტი მაგიდასა და სხეულს შორის  $k = 0.1$ . გაიგეთ სხეულის სიჩქარე მაგიდიდან გადმოვარდნის მომენტში, თუ სხეულმა მაგიდაზე გაიარა  $s = 3\text{მ}$ .

ამ ამოცანის ამოსახსნელად ჩვენ დაგვჭირდება ენერჯის მუდმივობის კანონი, რომელიც მოიცავს არა მხოლოდ მექანიკურ, არამედ შინაგან ენერჯიასაც. თუ სხეულის საწყის მდგომარეობად მივიღებთ საწყის მდგომარეობას, ხოლო საბოლოო მდგომარეობად დედამიწაზე აბსოლუტურად არადრეკადად დაცემულ სხეულს, მაშინ ენერჯის მუდმივობის კანონის თანახმად სხეულის საწყისი ენერჯია  $E_1$  დაიხარჯა ჯერ ხახუნის ძალის წინააღმდეგ  $A$  მუშაობის შერულებაზე და ბოლოს დედამიწაზე სხეულის დაცემისას  $Q$  რაოდენობის სითბოს გამოყოფაზე:

$$E_1 = A + Q.$$

სადაც  $E_1 = \frac{mv^2}{2} + mgh$ , ხოლო  $A = kmgs$ . ამრიგად დედამიწაზე აბსოლუტურად არადრეკადი დაცემისას გამოყოფილი სითბოს რაოდენობა ტოლია

$$Q = \frac{mv^2}{2} + mgh - kmgs = 38.72\text{ჯ}.$$

სხეულის სიჩქარის გასაგებად მაგიდიდან გადმოვარდნის მომენტში უნდა გავითვალისწინოთ, რომ სხეულის საწყისი ენერგია იხარჯება ხახუნის ძალის წინააღმდეგ მუშაობის შესრულებაზე და სხეულისთვის საბოლოო კინეტიკური ენერგიის მინიჭებაზე, რადგან მისი პოტენციური ენერგია არ იცვლება. ამრიგად

$$\frac{mv^2}{2} = kmgs + \frac{mv_1^2}{2},$$

სადაც  $v_1$  არის სხეულის სიჩქარე მაგიდიდან გადმოვარდნის მომენტში. აქედან

$$v_1 = \sqrt{v^2 - 2kmgs} = 13.2\text{მ/წმ}.$$

**ენერგიების თანაფარდობა:**  $m$  მასის მქონე უძრავი სხეული გაიხლიჩა ორ  $m_1 = 3/4m$  და  $m_2 = 1/4m$  მასის ნაწილად. გაიგეთ მათი კინეტიკური ენერგიების ფარდობა.

$v$  სიჩქარით მოძრავი სხეულის კინეტიკური ენერგია ტოლია

$$E = \frac{mv^2}{2}.$$

ამოცანის პირობის მიხედვით გახლეჩის შედეგად წარმოქმნილი ნაწილები სხვადასხვა სიჩქარით მოძრაობენ. ამიტომ კინეტიკური ენერგიების ფარდობის გამოსათვლელად ეს ფორმულა არ გამოდგება. რადგან თავიდან სხეული უძრავი იყო, წარმოქმნილი ნაწილების იმპულსები მოდულით ერთმანეთის ტოლი და მიმართულებით ურთიერთსაპირისპიროა:  $\vec{p}_1 = -\vec{p}_2$ . თუ კინეტიკურ ენერგიას გამოვსახავთ იმპულსის მეშვეობით

$$E = \frac{p^2}{2m},$$

მაშინ გახლეჩით მიღებული ნაწილების კინეტიკური ენერგიების ფარდობა ტოლი იქნება

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{p_1^2}{2m_1} : \frac{p_2^2}{2m_2} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{3}.$$

**ნავის გადაადგილება:** წყლის ზედაპირზე უძრავად მყოფი  $L = 5\text{მ}$  სიგრძის ნავის ბოლოებში დგას ორი ადამიანი, რომელთა მასებია  $m_1 = 90\text{კგ}$  და  $m_2 = 60\text{კგ}$ . ისინი

ერთმანეთში გაცვლიან ადგილებს. რა მანძილზე გადაადგილდება ნავი, თუ მისი მასა  $M = 150$ კგ.

**1- ლი მეთოდი:** საწყის მდგომარეობაში ნავი ადამიანებთან ერთად უძრავია. თუ წყლის მიმართ  $m_1$  მასის ადამიანი იმოდრავებს  $\vec{v}_1$  სიჩქარით,  $m_2$  მასის ადამიანი  $\vec{v}_2$  სიჩქარით, ხოლო ნავი  $\vec{v}$  სიჩქარით, მაშინ იმპულსის მუდმივობის კანონის თანახმად წყალთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში

$$m_1(\vec{v}_1 + \vec{v}) + m_2(\vec{v}_2 + \vec{v}) + M\vec{v} = 0.$$

ავირჩიოთ საკოორდინატო ღერძი  $\vec{v}_1$  სიჩქარის გასწვრივ. მაშინ  $\vec{v}_2$  სიჩქარე იქნება მისი საპირისპირო. დაუშვათ ნავი გადაადგილდა  $\vec{v}_2$  სიჩქარის მიმართულებით, მაშინ საკოორდინატო ღერძზე დაგეგმილებით მივიღებთ:

$$m_1(v_1 - v) - m_2(v_2 + v) - Mv = 0.$$

თუ გავიხსენებთ, რომ ადამიანებმა ადგილები გაცვალეს, ე.ი. თანაბარი  $L$  მანძილები გაიარეს, ხოლო ნავის გადაადგილებას აღვნიშნავთ  $\Delta x$ , მაშინ ეს ტოლობა შეიცვლება შემდეგით (სამივე გადაადგილება შესრულებულია ერთი და იგივე დროში):

$$m_1(L - \Delta x) - m_2(L + \Delta x) - M\Delta x = 0,$$

რომლის ამოხსნა  $x$  მიმართ გვაძლევს:

$$\Delta x = \frac{(m_1 - m_2)L}{m_1 + m_2 + M} = 0.5\text{მ}.$$

**მე-2 მეთოდი:** ამ და მისი მსგავსი ამოცანების ამოხსნა შესაძლებელია აგრეთვე მასათა ცენტრის ცენტრის გამოყენებით. მკითხველს შევახსენებთ, რომ მატერიალურ წერტილთა სისტემის მასათა ცენტრი არის ის მატერიალური წერტილი, რომლის მასა სისტემის შემადგენელი მატერიალური წერტილების მასების ჯამის, ხოლო, იმპულსი სისტემის სრული იმპულსის ტოლია. ჩვენს შემთხვევაში ეს განმარტება გამოიხატება ფორმულით:

$$(m_1 + m_2 + M)\vec{V} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + M\vec{v},$$

სადაც  $\vec{V}$  არის მასათა ცენტრის სიჩქარე უძრავი ათვლის სისტემის მიმართ. თუ გავიხსენებთ, რომ სიჩქარე არის გადაადგილების წარმოებული დროით, მაშინ მასათა ცენტრის  $\vec{R}$  რადიუს-ვექტორისთვის გვექნება:

$$(m_1 + m_2 + M)\vec{R} = m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + M\vec{r}.$$

ამ ტოლობაში  $\vec{r}_1$ ,  $\vec{r}_2$  და  $\vec{r}$  შესაბამისად ადამიანების და ნავის რადიუს-ვექტორებია იმავე ათვლის სისტემის მიმართ. რადგან ადგილი აქვს წრფივ მოძრაობას,  $ox$  ღერძზე დაგეგმილებით მივიღებთ:

$$(m_1 + m_2 + M)X = m_1x_1 + m_2x_2 + Mx.$$

ავირჩიოთ საკოორდინატო ღერძი სათავით მასათა ცენტრში ( $X = 0$ ) და გამოვიყენოთ უკანასკნელი ტოლობა ორჯერ - ადამიანების გადაადგილებამდე და გადაადგილების შემდეგ. რადგან მასათა ცენტრი არ იცვლის მდებარეობას საკოორდინატო ღერძის მიმართ, მივიღებთ:

$$0 = m_1a + m_2(a + L) + M\left(a + \frac{L}{2}\right) = m_1(L + a + \Delta x) + m_2(a + \Delta x) + M\left(a + \frac{L}{2} + \Delta x\right),$$

სადაც  $a$  არის  $m_1$  მასის ადამიანის საწყისი კოორდინატი. ამ უკანასკნელიდან მივიღებთ:

$$\Delta x = -\frac{(m_1 - m_2)L}{m_1 + m_2 + M} = -0.5\text{მ}.$$

ნიშანი მინუსი მიუთითებს იმაზე, რომ ნავი გადაადგილდება ჩვენს მიერ არჩეული საკოორდინატო ღერძის საპირისპირო მიმართულებით.

**გარეშე ძალის მუშაობა:**  $v = 10\text{მ/წმ}$  სიჩქარით მოძრავი მოციგურავე ასრიალდა მოყინულ გორაკზე. რა მანძილს გაივლის იგი გაჩერებამდე, თუ ჰორიზონტალური მიმართულებით  $s = 10\text{მ}$  მანძილზე სიმაღლე იცვლება  $h = 0.5$  მეტრით. ციგურების ხახუნის კოეფიციენტი ყინულის ზედაპირთან შეადგენს  $k = 0.02$ .

გორაკზე ასრიალებისას ხახუნის ძალა წარმოადგენს გარეშე ძალას, რომელიც მოქმედებს რა მოძრაობის საპირისპიროდ, ამცირებს მოციგურავის სრულ მექანიკურ ენერგიას. ამიტომ ხახუნის ძალის მუშაობა უტოლდება მოციგურავის სრული მექანიკური ენერგიის ცვლილებას. გორაკის ძირში მას გააჩნია კინეტიკური ენერგია (ვთვლით, რომ საწყისი მდგომარეობა არის ნულოვანი პოტენციური ენერგიის დონე), ხოლო გაჩერებისას საძიებელ  $H$  სიმაღლეზე პოტენციური ენერგია. ამიტომ

$$A = mgH - \frac{mv^2}{2}.$$

მეორეს მხრივ ხახუნის ძალის მუშაობა

$$A = -kmg \cos \alpha = -kmg \frac{s}{h}.$$

შეგახსენებთ, რომ დახრილ სიბრტყეზე ხახუნის ძალა  $F = kmg \cos \alpha = kmg \frac{s}{h}$ . თუ გაუტოლებთ ერთმანეთს ხახუნის ძალის მუშაობის ორ გამოსახულებას, საძიებელი სიდიდისთვის მივიღებთ:

$$H = \frac{v^2}{2g\left(1 + \frac{ks}{h}\right)} \approx 3.6\text{მ}.$$

**დახრილი სიბრტყე:** 10კგ მასის ციგა ჩამოსრიალდა  $h = 3\text{მ}$  სიმაღლის გორაკიდან და გაჩერდა. რა მუშაობა უნდა შევასრულოთ, რომ ციგა ავასრიალოთ იგივე სიმაღლეზე?

სხეულზე მოქმედი გარეშე ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა ტოლია სხეულის სრული მექანიკური ენერჯის ცვლილების. ციგის ჩამოსრიალების დროს სხეულზე მოქმედი გარეშე ძალა არის სრიალის ხახუნის ძალა, რომლის მიერ შესრულებული მუშაობა სხეულის გაჩერებამდე იქნება

$$A_1 = -mgh.$$

სხეულის ზევით ასრიალების დროს ხახუნის ძალას დაემატება კიდევ ერთი - წვევის ძალა, რომლის საშუალებით ციგა უნდა ავასრიალოთ იგივე სიმაღლეზე. ამ უკასკნელის მუშაობას თუ აღვნიშნავთ  $A$ , მაშინ

$$A + A_1 = mgh,$$

საიდანაც საძიებელი  $A$  მუშაობისთვის მივიღებთ:

$$A = 2mgh = 294\text{ჯ}.$$

**ზამზარიანი დამზაჩა:** ზამზარიანი დამზაჩიდან ჰორიზონტალურად გასროლისას ბურთულას გამოვარდნის სიჩქარე არის  $v_1 = 1\text{მ/წმ}$ , ხოლო ვერტიკალურად ზევით გასროლისას  $v_2 = 0.8\text{მ/წმ}$ . იპოვეთ ზამზარას შეკუმშვის სიდიდე.

ვინაიდან ურთიერთქმედებაში მონაწილეობენ მხოლოდ სიმძიმის და დრეკადობის ძალები, ვისარგებლოთ სრული მექანიკური ენერჯის მუდმივობის კანონით. ჰორიზონტალურად გასროლის შემთხვევაში იცვლება მხოლოდ ზამზარას დრეკადობის დეფორმაციის პოტენციური ენერჯია. რადგან საწყის მდგომარეობაში ზამზარა შეკუმშული იყო, სისტემას ბურთულა-ზამზარა გააჩნდა მხოლოდ პოტენციური ენერჯია (ზამზარას არადეფორმირებული მდგომარეობა მიჩნეულია მისი ნულოვანი პოტენციური ენერჯის დონედ), ხოლო გამოვარდნისას სისტემის ენერჯია ტოლია ბურთულას კინეტიკური ენერჯის, ამიტომ ამ შემთხვევაში სრული მექანიკური ენერჯის მუდმივობის კანონის თანახმად

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2}.$$

ვერტიკალურად ზევით გასროლის შემთხვევაში იცვლება აგრეთვე სისტემის პოტენციური ენერჯია სიმძიმის ძალის ველში. თუ ამ უკანასკნელი ენერჯის ნულოვან დონედ მივიჩნევთ კვლავ ზამზარას არადეფორმირებულ მდგომარეობას, მაშინ ეს ენერჯია საწყის მდგომარეობაში უარყოფითია და სრული მექანიკური ენერჯის მუდმივობის კანონს შემდეგი სახე აქვს:

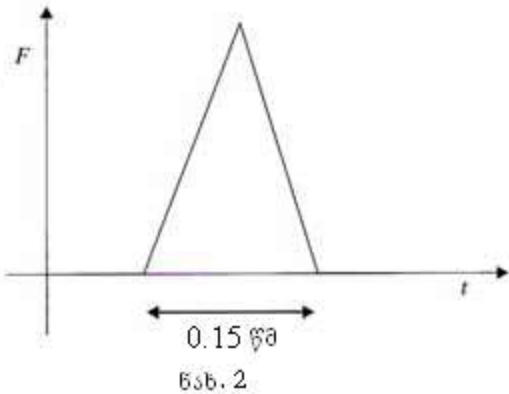
$$\frac{kx^2}{2} - mgx = \frac{mv_2^2}{2}.$$

ამ ორი ტოლობიდან თუ გამოვრიცხავთ ზამზარის სიხისტეს  $k$ , მივიღებთ:

$$x = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} \approx 0.018\text{მ}.$$

**იმპულსის ცვლილება:** 0.45კგ მასის სხეული, რომელიც მოძრაობს გლუვ იატაკზე  $v = 5\text{მ/წმ}$  სიჩქარით, ეჯახება ვერტიკალურ კედელს და აირეკლება მისგან  $v = 4\text{მ/წმ}$  სიჩქარით. გამოთვალეთ სხეულზე მოქმედი ძალის საშუალო მნიშვნელობა, თუ კედელთან შეჯახების ხანგრძლივობა იყო 0.15წმ. ისარგებლეთ ძალის დროზე

დამოკიდებულების მოცემული გრაფიკით (ნახ. 2) და განსაზღვრეთ სხეულზე მოქმედი ძალის საშუალო მნიშვნელობა.



კედელთან სხეულის შეჯახებასის ორივე განიცდის დეფორმაციას, რის გამოც ისინი ერთმანეთზე მოქმედებენ მოდულით ტოლი და ურთიერთსაპირისპირო ძალებით. სხეულზე მოქმედი ძალა ნიუტონის მეორე კანონი შესაბამისად არის სხეულის იმპულსის ცვლილების სისწრაფე, რაც ნიშნავს, რომ

$$\vec{F} = \frac{m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1}{t}$$

თუ საკოორდინატო ღერძს ავირჩევთ არეკვლილი სხეულის სიჩქარის მიმართულებით, მაშინ ძალის მოდულისთვის მივიღებთ შემდეგ ტოლობას:

$$F = \frac{m(v_2 + v_1)}{t} = 30\text{ნ.}$$

სხეულზე მოქმედი ძალის მაქსიმალური მნიშვნელობის გამოსათვლელად გავიხსენოთ, რომ ძალის დროზე დამოკიდებულების გრაფიკით შემოსაზღვრული ნაკვთის ფართობი რიცხობრივად ტოლია სხეული იმპულსის ცვლილების სიდიდის. ჩვენს შემთხვევაში ეს ნაკვთი არის ტოლფერდა სამკუთხედი, რომლის ფართობია  $Ft = 4.5 \frac{\text{მ}}{\text{წმ}}$  (საშუალო ძალის იმპულსი). ამიტომ ძალის მაქსიმალური მნიშვნელობა გამოითვლება ტოლობიდან:

$$\frac{1}{2} F_{max} \cdot 0.15 = 4.5,$$

საიდანაც მივიღებთ  $F_{max} = 60\text{ნ.}$

**სითხეში ჩაგდებული სხეულის მოძრაობა:** სითხის ზედაპირიდან რა  $H$  სიმაღლიდან უნდა ჩავარდეს სხეული სითხეში, რომ ჩაიძიროს  $h$  სიღრმეზე, თუ სხეულის სიმკვრივეა  $\rho_0$ , სითხის სიმკვრივე  $\rho$  და  $\rho > \rho_0$ . რა სიჩქარით ჩავარდება სხეული სითხეში და როგორი აჩქარებით იმოძრავებს იგი სითხეში? სითხის და ჰაერის წინააღმდეგობა უგულებელყავით.



ამოცანის პირობის თანახმად სითხეში ჩვარდნილ სხეულზე მოქმედებს მხოლოდ არქიმედის ძალა  $F$ , რომლის მუშაობა უტოლდება სხეული სრული მექანიკური ენერჯის ცვლილებას. თუ ნულოვანი პოტენციური ენერჯის დონედ ავირჩევთ სხეული საბოლოო მდგომარეობს, ანუ  $h$  სიღრმეს სითხის ზედაპირიდან, ეს მუშაობა ტოლი იქნება

$$A = -mg(H + h).$$

მეორეს მხრივ არქიმედის ძალის მუშაობა (რომელიც უარყოფითია)

$$A = -Fh = -\rho g V = -mg \rho / \rho_0.$$

ამ ორი ფორმულის გაერთიანებით საძიებელი სიდიდისთვის მივიღებთ:

$$H = h \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0}.$$

ამ შედეგს თუ გავანალიზებთ, ვხედავთ, რომ რაღაც  $H$  სიმაღლიდან სითხეში ჩავარდნილის სხეულის ჩაძირვის სიღრმე  $h$  მეტია  $H$  სიმაღლეზე. ეს არც არის გასაკვირი, ტუ გავითვალისწინებთ, რომ წყლის წინააღმდეგობის ძალას უგულებელვყოთ.

სითხეში ჩავარდნისას სხეული  $v$  სიჩქარის გამოსათვლელად ვისარგებლოთ ენერჯის მუდმივობის კანონით სხეულის მოძრაობისთვის სითხის ზედაპირამდე, რომლის თანახმად

$$mgH = \frac{mv^2}{2}.$$

აქედან მივიღებთ

$$v = \sqrt{2gh \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0}}.$$

სითხეში აჩქარების გამოსათვლელად შევნიშნოთ, რომ სხეული მოძრაობს თანაბარ-შენელებულად და აჩქარება მიმართულია მოძრაობის საპირისპიროდ. აჩქარების მოდული ტოლი იქნება

$$a = \frac{F - mg}{m} = \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} g.$$

**სითხოს გამოყოფა:** უძრავ გრძელ ჰორიზონტალურ ურიკაზე ძევს  $m = 1\text{კგ}$  მასის სხეული, რომელსაც ანიჭებენ  $v = 10\text{მ/წმ}$  სიჩქარეს. სხეულსა და ბაქანს შორის

ხახუნის კოეფიციენტი ტოლია  $\mu=0.2$ . რა მანძილს გაივლის ურიკა დროის იმ მომენტისთვის, როდესაც სხეული ურიკაზე გაჩერდება. ურიკას მასა  $M = 100\text{კგ}$ . ხახუნი ურიკას და დედამიწას შორის უგულვებლყავით.

ურიკა იმოძრავეს აჩქარებულად ჰორიზონტალური მიმართულებით, რადგან მასზე იმოქმედებს სხეულის მხრიდან ხახუნის ძალა. ამიტომ მის მიერ გავლილი მანძილი იქნება

$$s = \frac{u^2}{2a'}$$

სადაც  $u$  არის ურიკას სიჩქარე, მაშინ როდესაც სხეული გაჩერდება. ეს სიჩქარე შეიძლება გამოვთვალოთ იმპულსის მუდმივობის კანონიდან, რომლის თანახმად

$$mv = (M + m)u.$$

ურიკას აჩქარება ნიუტონის მეორე კანონის თანხმად

$$a = \frac{\mu mg}{M}.$$

ამ ფორმულების გამოყენებით ურიკას გადაადგილებისთვის მივიღებთ:

$$s = \frac{mMv^2}{2kg(M + m)^2} \approx 0.25\text{მ}.$$

გამოყოფილი სითბოს რაოდენობის  $Q$  გამოსათვლელად ვისარგებლოთ ენერჯის მუდმივობის კანონით. სითბოს ეს რაოდენობა ცხადია ტოლია ენერჯის ცვლილების, კერძოდ

$$Q = \frac{mv^2}{2} - \frac{(M + m)u^2}{2} = \frac{mMv^2}{2(M + m)} = 50\text{ჯ}.$$