ავთანდილ შურღაია

ფიზიკა ამოცანებში,

(ელექტროსტატიკა - მუხტი, ელექტრული ველი - გაგრძელება)

წინამდებარე წერილში გავაგრძელებთ ელექტროსტატიკის ამოცანების განხილ-ვას. შემოგთავაზებთ ამოცანებს ელექტრული მუხტების, ელქტრული ველის და მუხტის ურთიერთქმედების ენერგიებზე, ელექტრული ველის მიერ შესრულებულ მუშაობაზე, აგრეთვე პოტენციალებზე. ძირითად ფორმულებთან ერთად გამოვიყენებთ ენერგიის მუდმივობის კანონს რადგან, როგორც ცნობილია ელექტროსტატიკური ველი არის პოტენციური ველი.

დამუხტული გამტარი სფეროს ენერგია: გამოთვალეთ R რადიუსის განმხო-ლოებული გამტარი სფეროს ენერგია, თუ მისი მუხტია Q.

დამუხტული სფეროს ენერგია ტოლი იქნება იმ მუშაობის რომელსაც შეასრულებს სფეროს მუხტის ელექტრული ველი ამ მუხტის გადაადგილებისას სფეროსგან უსასრულოდ დაშორებულ წერტილში. დაუშვათ სრული მუხტი წარმოადგენს N დამუხტული ნაწილაკის მუხტების ჯამს ისე, რომ თვითეული ნაწილაკის მუხტია $q(q \ll Q)$. მაშინ $Q = Nq$. წარმოვიდგინოთ, რომ თვითეული ასეთი მუხტი რიგ-რიგობით გადაადგილდება სფეროს ზედაპირიდან სფეროსგან უსასრულოდ დაშორებულ წერტილში. თუ სფეროზე დარჩენილია რაღაც $Q - nq$ მუხტი, მაშინ სფეროს მიერ q მუხტის უსასრულობაში გადაადგილებისას შესრულებული მუშაობა ტოლია

$$A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q - nq}{R}q .$$

სრული მუშაობა, რომელიც შესრულდება N რაოდენობის ელემენტარული მუხტის უსასრულობაში გადატანაზე, ტოლი იქნება ცალკეული მუშაობების ჯამის:

$$A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{Q - q}{R}q + \frac{Q - 2q}{R}q + \cdots + \frac{Q - Nq}{R}q\right] = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0}(1 - \frac{1}{N}).$$

ამ მუშაობის ზღვარი, როდესაც $N \to \infty$ ტოლი იქნება

$$A = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{Q^2}{R},$$

ამრიგად დამუხტული სფეროს ენერგია იქნება

$$E = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{Q^2}{R}.$$

და მას დამუხტული სფეროს საკუთარ ენერგიას უწოდებენ.

ლითონის სფერო სფეროში: ორი თხელკედლიანი კონცენტრული ლითონის სფეროს რადიუსებია R_1 და R_2 ისე, რომ $R_1 > R_2$. სფეროს მუხტები შესაბამისად ტოლია q_1 და q_2. განსაზღვრეთ ამ მუხტების სისტემის სრული ენერგია.

სფეროები ჩადგმულია ერთმანეთში და დამუხტული. მუხტების ასეთი სისტემის ენერგია ტოლია იქნება თვითეული სფეროს საკუთარი და ამ მუხტებს შორის ურთიერთქმედების ენერგიების ჯამის. ეს უკანასკნელი ტოლი იქნება დიდი რადიუსის მქონე სფეროს მუხტის და ამ სფეროს ზედაპირზე მცირე რადიუსის მქონე სფეროს პოტენციალის ნამრავლის. წინა ამოცანის შედეგის გამოყენებით სრული ენერგიისთვის მივიღებთ:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q_1^2}{2R_1} + \frac{q_2^2}{2R_2} + q_1\frac{q_2}{R_1}\right].$$

საინტერესოა შემთხვევა, როდესაც $q_1 = -q_2 = q$, ანუ დამუხტული სფერული კონდენსატორის ენერგია:

$$E = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right].$$

სამი მუხტის გადატანაზე შესრულებული მუშაობა: სამი პროტონი ($q_p = 1.6\cdot 10^{-19}$ კ) მოთავსებულია ერთმანეთისგან უსასრულოდ დაშორებულ წერტილებში. გამოთვალეთ მუშაობა, რომელიც უნდა შესრულდეს ამ სამი მუხტის გადასატანად $d = 5\cdot 10^{-16}$ მ გვერდის მქონე ტოლგვერდა სამკუთხედის წვეროებში.

ამოცანაში მოითხოვება გარეშე ძალის მიერ მუხტების გადაადგილებაზე შესრულებული მუშაობა, რომელიც ტოლი იქნება მუხტების ენერგიის ცვლილების. მუხტების საწყისი ენერგია ნული ტოლია, ხოლო საბოლოო ენერგია ტოლია ამ მუხების ურთიერთქმედების ენერგიის. რადგან მუხტების მოთავსებულია

ტოლგვერდა სამკუთხედის წვეროებში ეს ენერგია და შესაბამისად საძიებელი მუშაობა ტოლი იქნება

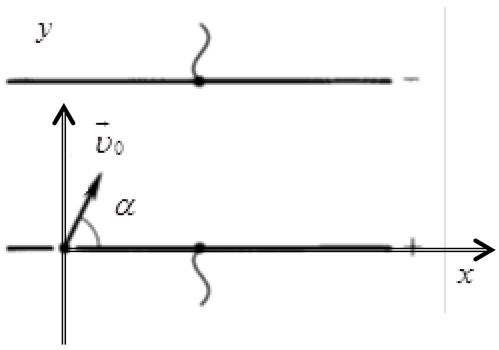
$$A = E = \frac{3}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_p^2}{d} = 1.43\cdot 10^{-12}\text{ ჯ}.$$

დამუხტული კუბის ფორმის ღრუ გამტარი: მოცემულია კუბის ფორმის მქონე თანაბრად დამუხტული გამტარი. იმისათვის, რომ კუბის ორი წახნაგი ერთმანეთს დავამთხვიოთ, უნდა შევასრულოთ $A_0 = 3\cdot 10^{-10}$ ჯ მუშაობა. რა სიდიდის მუშაობა უნდა შესრულდეს, რათა კუბის ყველა წახნაგი ერთმანეთს დავამთხვიოთ?

ორი წახნაგის ერთმანეთზე დამთხვევის შემდეგ მათი საერთო მუხტი ერთი წახნაგის მუხტთან შედარები ორჯერ გაიზრდება. შესაბამისად იმისათვის, რომ ამ ორ წახნაგს მესამე წახნაგი დავამთხვიოთ, უნდა შევასრულოთ ორჯერ მეტი მუშაობა, ვიდრე ეს საჭირო იყო ორი წახნაგის შემთხვევაში. რადგან წახნაგების რაოდენობა არის 6, სრული მუშაობა, რომელიც უნდა შესრულდეს ექვსივე წახნაგის ერთმანეთზე დასამთხვევად, ტოლი იქნება:

$$A = A_0 + 2A_0 + 3A_0 + 4A_0 + 5A_0 = 15A_0 = 15\cdot 10^{-10}\text{ ჯ}.$$

ელექტრონი ერთგვაროვან ველში: ელექტრონი υ_0 სიჩქარით და α კუთხით შედის ორ საპირისპირო ნიშნით დამუხტულ ფირფიტებს შორის ერთგვაროვან ელექტრულ ველში როგორც ეს ნაჩვენებია ნახაზზე. ფირფიტებს შორის მანძილია d, ხოლო ძაბვა U. გამოიყვანეთ ელექტრონის მოძრაობის ტრექტორია და გამოთვალეთ თუ რა მანძილზე მიუახლოვდება იგი ფირფიტას. სიმძიმის ძალა უგულებელყავით.



ავირჩიოთ საკოორდინატო ღერძები როგორც ეს ნახაზზეა ნაჩვენები. ელექტრონზე მოქმედებს ვერტიკალურად ქვევით მიმართული $F = qE$ ძალა. ამიტომ ჰორიზონტალური მიმართულებით ელექტრონი იმოძრავებს წრფივად და თანაბრად, ხოლო ვერტიკალური მიმართულებით - თანაბარშენელებულად (ელექტრული ველი არის ერთგვაროვანი). შესაბამისად მოძრაობის კინემატიკური განტოლებებს აქვთ შემდეგი სახე:

$$x = \upsilon_0 \cos\alpha \cdot t, \quad y = \upsilon_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{at^2}{2}.$$

აქ $a=\dfrac{qE}{m}$ არის ელექტრონის აჩქარება (q ელექტრონის მუხტი, ხოლო m მისი მასა). ამ ორი განტოლებიდან, თუ გამოვრიცხავთ დროს, მივიღებთ ელექტრონის ტრაექტორიის განტოლებას:

$$y=tg\alpha\cdot x-\frac{qE}{2m\upsilon_0^2\cos^2\alpha}x^2,$$

რომელიც აღწერს პარაბოლას, რომლის შტოები მიმართული ქვევით, ხოლო წვეროს კოორდინატებია:

$$x_0=\frac{m\upsilon_0^2\sin 2\alpha}{2qE},\quad y_0=\frac{m\upsilon_0^2\sin^2\alpha}{4qE}.$$

პარაბოლას წვეროს y_0 კოორდინატი არის ელექტრონის მიერ ვერტიკალური მიმართულებით გავლილი მანძილი, ანუ მაქსიმალური სიმაღლე, რომელსაც ის მიაღწევს. ამიტომ მანძილი, რომელზეც ელექტრონი მიუახლოვდება ზედა ფირფიტას ტოლია

$$s=d-\frac{m\upsilon_0^2\sin^2\alpha}{4qE}.$$

დამუხტულ რგოლში გამავალი ელექტრონის სიჩქარე: ელექტრონი მოძრაობას იწყებს წრფივი ρ სიმკვრივით დამუხტული გამტარი რგოლიდან უსასრულოდ დაშორებული წერტილიდან. იპოვეთ სიჩქარე, რომლითაც იგი გაივლის რგოლის ცენტრზე.

რადგან ადგილი აქვს მუხტის ურთიერთქმედებას ელექტრულ ველთან ელექტრონის და რგოლის მუხტის სისტემის სრული ენერგია მუდმივი სიდიდეა. უსასრულობაში სრული ენერგია ნულის ტოლია, ხოლო რგოლის ცენტრში ენერგია ტოლია ელექტრონის კინეტიკური და რგოლის და ელექტრონის ურთიერთქმედების პოტენციური ენერგიების ჯამის:

$$\frac{m\upsilon^2}{2}-\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r}=0,$$

სადაც $Q=2\pi\rho r$ არის რგოლის მუხტი, ხოლო r რგოლის რადიუსი. სიჩქარისთვის საბოლოოდ მივიღებთ შემდეგ გამოსახულებას:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{q\rho}{\varepsilon_0 m}} \, .$$