ზაქარია გიუნაშვილი

მსჯელობა-დასაბუთების უნარი და მისი შეფასება მათემატიკაში

შესავალი

მსჯელობა და დასაბუთება მათემატიკის სწავლების ერთ-ერთი უმნიშვნელოვანესი ასპექტია. გარდა იმისა, რომ მსჯელობა - დასაბუთება თავისთავად მნიშვნელოვანი კომპეტენციაა, იგი ცოდნის გამოვლენის ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი საშუალებაა. მსჯელობა მოიცავს ყველანაირ კავშირებს მოსწავლის გამოცდილებასა და ცოდნას შორის, რომლებიც გამოიყენება ამა თუ იმ მოსაზრების დასაბუთების მიზნით. დასაბუთება გულისხმობს არა მხოლოდ ლოგიკურად მწყობრი და თანმიმდევრული არგუმენტების წარმოდგენას, რომლებიც ეფუძნება აქსიომებს, განსაზღვრებებს და თეორემებს, არამედ ყველანაირ აქტივობებს, რომელთა შედეგად ხდება სიახლეების აღმოჩენა, ჰიპოთეზის/ვარაუდის ჩამოყალიბება, განზოგადება და შეფასება. აქედან გამომდინარე, მსჯელობა-დასაბუთება შეიძლება განვიხილოთ როგორც ახალი ცოდნის კონსტრუირების ერთ-ერთი ეფექტური საშუალება.

ამ კონტექსტში იმის დასადგენად, საკმარისი ყურადღება ეთმობა თუ არა მათემატიკის სწავლების ამ ასპექტს, საჭიროა მსჯელობისა და დასაბუთების კომპეტენციის სრულყოფილი შეფასება. ამის გაკეთება საჭიროა როგორც სასწავლო პროცესის პარალელურად (განმავითარებელი შეფასება), ასევე სასწავლო აქტივობების დასრულების შემდეგ (შემაჯამებელი შეფასება). ამ დროს საჭიროა შემდეგი მიზნების გათვალისწინება:

1. დავადგინოთ მოსწავლეების მიერ მიღწეული დონე და კომპეტენციები (*შემაჯამებელი*);
2. მოსწავლეებს მივაწოდოთ ინფორმაცია მათი სწავლის შესახებ, რომელიც მათ დაეხმარება სირთულეების დაძლევაში (განმავითარებელი). ამოვიცნოთ მათი სისუსტეები და ძლიერი მხარეები და დავისახოთ ახალი სასწავლო მიზნები (*შემაჯამებელი*);
3. მასწავლებლებს მივაწოდოთ ინფორმაცია, რომელიც ხელს შეუწყობს მათ სასწავლო აქტივობების დაგეგმვასა და ადეკვატურ მოდიფიცირებაში (*განმავითრებელი*);
4. დავეხმაროთ სასწავლო გეგმის შედგენასა და განათლების პოლიტიკაში მონაწილე მხარეებს, მიიღონ ინფორმაცია მოსწავლეთა მიღწევების შესახებ მსჯელობა-დასაბუთების კომპეტენციების მიმართულებით (*შემაჯამებელი*).

მსჯელობა-დასაბუთების უნარის შემაჯამებელი შეფასება

მოსწავლის მათემატიკური მიღწევების შეფასება კონტროლირებად გარემოში მნიშვნელოვან როლს ასრულებს ორი მთავარი მიზეზის გამო: იგი იძლევა ნეიტრალურ, ობიექტურთან მიახლოებულ შედეგს და მოითხოვს ნაკლებ ძალისხმევას. შეფასების ამ მეთოდის

გამოყენების დროს მნიშვნელოვანია დავრწმუნდეთ იმაში, რომ მართლაც ფასდება მოსწავლის მსჯელობისა და დასაბუთების უნარი. ასევე მნიშვნელოვანია შეფასდეს ამ უნარის შემადგენელი რაც შეიძლება მეტი ელემენტი, მათ შორის ისეთი ელემენტები, როგორებიცაა: ვარაუდის/ჰიპოთეზის ჩამოყალიბება; ცნებების და ობიექტების ურთიერთკავშირების ამოცნობა; მოცემული დებულებიდან/გამონათქვამიდან სხვა დებულებების/გამონათქვამების გამოყვანა; მათემატიკური მასალის ვიზუალიზაციის, მათ შორის მოცემული ობიექტის/სტრუქტურის შემადგენელ ნაწილებად დაშლა/გაერთიანება; სხვადასხვა ფორმით წარმოდგენილი ობიექტის/სტრუქტურის ამოცნობა და ურთიერთდაკავშირება.

კონტროლირებად გარემოში მსჯელობა - დასაბუთების უნარის შემაჯამებელი შეფასება შეიძლება ისე განხორციელდეს, რომ მან არ დაკარგოს მოსწავლისათვის რელევანტური და მნიშვნელოვანი აქტივობის სახე. ამის ერთ-ერთი მაგალითია, როდესაც რამდენიმე მოსწავლეს ეძლევა ამოცანა, რომელიც დაკავშირებულია დამტკიცებასთან და მათი შეფასება ხდება იმის მიხედვით, თუ წინასწარ მომზადებული დამხმარე მითითებების რა ნაწილს გამოიყენებენ ისინი დამტკიცების პროცესში.

მსჯელობა-დასაბუთების უნარის ის ასპექტები, რომლებიც შეიძლება ეფექტურად შეფასდეს კონტროლირებად გარემოში მოიცავს (მაგრამ შეიძლება არ ემთხვეოდეს) შემდეგს:

მათემატიკური მსჯელობის გამოყენება -

მოსწავლე ახდენს ამოცანის ამოხსნის საფეხურების მკაფიო ფორმულირებას, რაც ძალზე რთულია არჩევითბოლოიანი ტესტური დავალებების გამოყენების დროს;

დამტკიცების გააზრება -

მოსწავლე ახდენს იმის დემონსტრირებას, რომ იგი ამოიცნობს მათემატიკური დამტკიცების არსებით შემადგენელ ნაწილებს:

- დამტკიცების ნიმუშში შეავსებს გამოტოვებულ საფეხურს. ამის მაგალითია როდესაც მოსწავლე ამოიცნობს მოცემული დებულებიდან გამომდინარე დებულებას რამდენიმე დებულებას შორის, ან პირიქით - მოცემული დებულებისათვის ამოიცნობს იმ დებულებას, რომლიდანაც ეს მოცემული გამომდინარეობს;
- განსაზღვრავს მიმართებებს მოცემული დამტკიცების საფეხურებს შორის. მაგალითად: ამოიცნობს დამტკიცების წინა საფეხურებს შორის, რომლებია აუცილებელი მოცემულ საფეხურზე ჩამოყალიბებული დასკვნის ჩამოყალი-ბებისათვის;
- პოულობს შეცდომებს დამტკიცების ნიმუშში;
- ამოწმებს დამტკიცების ნიმუშის სისწორეს და გამართულობას. მათ შორის აფასებს, რამდენად მკაცრი და სრულყოფილია დამტკიცების მოცემული ნიმუში;

- ადარებს და აფასებს მოცემული დებულების დამტკიცების სხვადასხვა ვარიანტს. მაგალითად: ემპირიული არგუმენტაცია, დასაბუთება გავრცელებული მაგალითების მოშველიებით, დამტკიცება რომელიც ეფუძნება აქსიომატურ სისტემას.

დამტკიცებასთან დაკავშირებული (მოსამზადებელი) კვლევა

დამტკიცების კონსტრუირება სატესტო გარემოში მოითხოვს გულმოდგინე მომზადებას. თუ შეფასება ხდება უკვე გამზადებული დამტკიცების მიხედვით ან მასზე დაყრდნობით, მოსწავლეს უყალიბდება არასწორი წარმოდგენა იმ პროცესის შესახებ, რომლის შედეგიც არის დამტკიცება. ძალზე მნიშვნელოვანი ფაქტორია არსებული ცოდნის გათვალისწინება: თუ მოსწავლისათვის დამტკიცების ნიმუში უკვე ნაცნობია, მაშინ ტესტირების შედეგი არ იქნება ვალიდური. დამტკიცების, დასაბუთების უნარის შეფასების ალტერნატიული გზა შეიძლება იყოს დამტკიცების კონსტრუირების უნარის შეფასება იმით, რომ მოსწავლეს მოვთხოვოთ:

- დამტკიცების მონახაზის წარმოდგენა;
- იმ მათემატიკური ცოდნის განსაზღვრა, რომელიც საჭიროა დამტკიცებისათვის;
- მოცემულ დამტკიცებაში გამოტოვებული საფეხურების შევსება;
- მითითებების ერთობლიობის წარმოდგენა, რომელიც შეიძლება სხვას დაეხმაროს დამტკიცების კონსტრუირებაში;
- მოცემული დამტკიცების ადაპტირება განსხვავებული სიტუაციისადმი, რომელშიც დასამტკიცებელი დებულების რაღაც ნაწილი შეცვლილია. მაგალითად: სახეცვლილია პირობების ნაწილი, სახეცვლილია დასამტკიცებელი ნაწილი;
- იგივე დებულების ალტერნატიული დამტკიცების წარმოდგენა;
- დამტკიცების კონსტრუირება ან მისი ანალიზი, აქსიომატურ სისტემაში აქსიომების სრული სისტემის შეზღუდვის შემდეგ. მაგალითად: დამტკიცების ჩამოყალიბება აქსიომების მხოლოდ ნაწილზე დაყრდნობით.

შეფასების ფორმა, რომელიც ავსებს ნაპრალს განმავითარებელ და შემაჯამებელ შეფასებას შორის და რომელიც ძალზე მნიშვნელოვანია მსჯელობის და დასაბუთების უნარის შეფასებისას, პროექტის ტიპის სამუშაოა. ამ სახის აქტივობა კარგად წარმოაჩენს მოსწავლეებისათვის იმ პროცესს, რომელსაც ეფუძნება მათემატიკური თეორიის კონსტრუირება. ე.წ. ღია ტიპის ამოცანა, რომელიც მოითხოვს კვლევა-ძიებას და ვარაუდის ფორმულირებას, რომლის დასაბუთებას ან უარყოფას მივყავართ ახალ აღმოჩენამდე.

მსჯელობა - დასაბუთების უნარის განმავითარებელი შეფასება

ეს არის არა სწავლის შეფასება, არამედ შეფასება სწავლისათვის. იგი ძირითადად ფოკუსირდება პროცესზე. განმსაზღვრელი შეფასება, რომლის დროსაც მასწავლებელი ცდილობს დააკვირდეს მოსწავლის აზროვნების პროცესს და გამოიყენოს ამ დაკვირვების

შედეგები მისი პედაგოგიური სტრატეგიის სრულყოფაში, ასევე ეხმარება მოსწავლეებს კარგად გაიაზრონ მათივე სწავლის პროცესის მიმდინარეობა და ის კომპეტენციები, რომელთა განვითარებაც ხდება სწავლის დროს.

მოსწავლეთათვის მსჯელობისა და არგუმენტაციის უნარის განვითარების პროცესის შეფასებისას ერთ-ეთი უმთავრესი გამოწვევა პრობლემის გადაჭრის და კვლევის პროცესის არათანმიმდევრულობაა. აქედან გამომდინარე, საჭიროა შეფასების მრავალფეროვანი და მოქნილი მეთოდების გამოყენება. ასევე აუცილებელია იმის გაცნობიერება, რომ ამ სახის შეფასება ყოველთვის შეიცავს სუბიექტურობის ელემენტებს. თუმცა ეს უკანასკნელი შეიძლება განვიხილოთ როგორც პოზიტიური და არა როგორც ნეგატიური ფაქტორი. იმისათვის, რომ განმავითარებელი შეფასება იყოს შედეგიანი, საჭიროა მასწავლებელი კარგად ფლობდეს განმავითარებელი შეფასების ტექნიკას და მისი მიდგომა ეფუძნებოდეს პროფესიული განვითარების აღიარებულ მეთოდოლოგიებს.

ის აქტივობები, რომელთა გამოყენებაც შესაძლებელია მსჯელობა-დასაბუთების უნარის განმავითარებელი შეფასებისას, მოიცავს მოსწავლეთა მონაწილეობას საკლასო დისკუსიებში, მოსწავლეთა მიერ გაკეთებულ პრეზენტაციებს და ინდივიდუალურ ან ჯგუფურ პროექტებს/კვლევებს. შეფასების მიზნით შესაძლებელია სამი ძირითადი საფეხურის (ფაზის) გამოყოფა, თუმცა აუცილებელია იმის გათვალისწინება, რომ რეალობაში ამ საფეხურებს შორის არსებობს ურთიერთგადაფარვა, მჭიდრო ურთიერთკავშირი და შესაბამისი საფეხურები არ არის წინასწარგანსაზღვრული მიმდევრობით დალაგებული.

შემოქმედებითი ფაზა

ამ საფეხურზე ხდება მოსწავლის მიერ ამოცანის ან ვითარების შესწავლა და მისი გააზრება. ამ დროს შეიძლება შეფასდეს:

- მოსწავლის უნარი - მოახდინოს ამოცანის ისეთი მოდიფიცირება, რომლის შედეგად მიღებული ამოცანა მისთვის დაძლევადი იქნება;
- მოსწავლის უნარი ამოიცნოს და ჩამოაყალიბოს ის დაშვებები და პირობები, რომლებიც დაკავშირებულია ამოცანის ამოხსნასთან;
- პრობლემის გადაჭრისათვის საჭირო ტექნოლოგიებისა და სხვა საშუალების ადეკვატურად შერჩევისა და გამოყენების უნარი;
- ამოცანის შესწავლის შედეგად ჰიპოთეზის ჩამოყალიბების უნარი.

მსჯელობისა და არგუმენტაციის ფაზა

ამ საფეხურზე მოსწავლე იწყებს მის მიერ ჩამოყალიბებული ჰიპოთეზის შემოწმებას და ეძებს არგუმენტებს, რომლებიც განამტკიცებს ან ასუსტებს მისსავე ვარაუდს. ამ ეტაპზე მათ შეიძლება წარმოადგინონ მაგალითები (ზოგჯერ ტექნოლოგიების ან სხვა საშუალებების გამოყენებითაც), რომლებიც ეხმარება დასაბუთებაში და შემოწმებაში, შესაძლოა ჰიპოთეზის ფორმულირების მოდიფიცირებაში. ამ საფეხურზე შეიძლება შეფასდეს:

- მოსწავლის ანალიზისა და სინთეზის უნარი;
- დედუქციური და ინდუქციური მსჯელობის უნარი;
- ვარაუდის შესამოწმებლად საჭირო მაგალითების გენერირების უნარი;
- ჰიპოთეზის ფორმულირებაში და მსჯელობაში ისეთი ადგილების მიგნების უნარი, რომლებიც გამონაკლისების სახით ეწინააღმდეგება ფორმულირებას და რომელთა გათვალისწინება აუცილებელია ჰიპოთეზის მოდიფიცირებისას.

დასაბუთებისათვის საბოლოო სახის მიცემისა და შეფასების დასკვნითი ფაზა

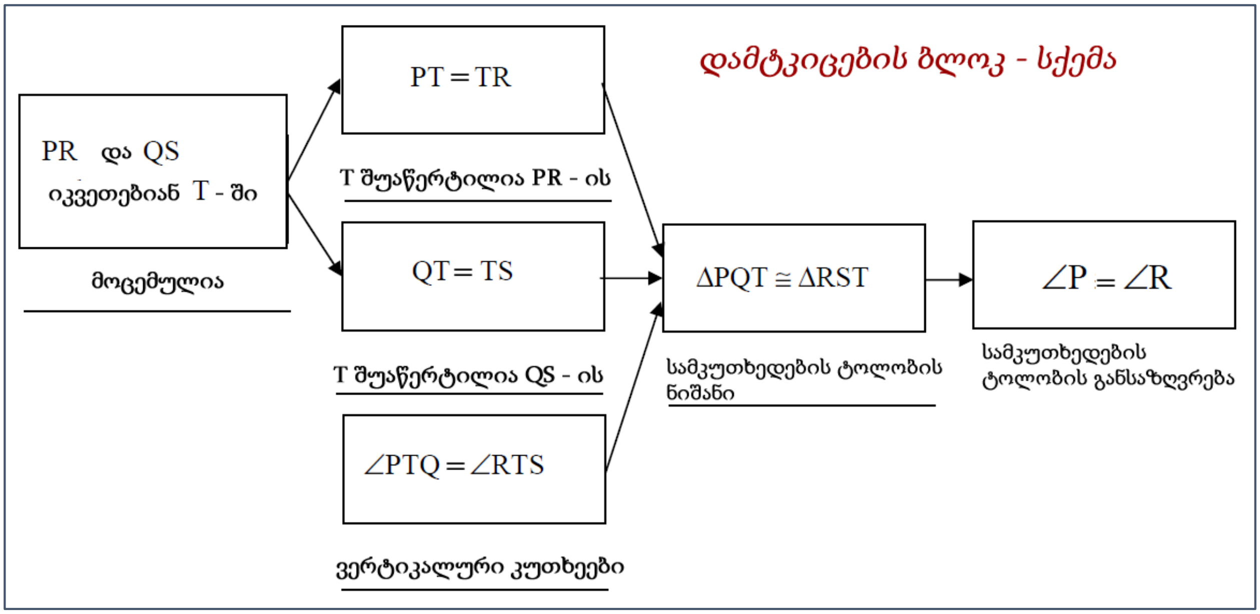
ამ საფეხურზე მოსწავლე საბოლოოდ აყალიბებს დამტკიცებას და ახდენს მის შეფასებას.

დასაბუთების წარმოდგენის ხერხები და მათი გამოყენება შეფასებისას

იმისათვის, რომ გაადვილდეს მათემატიკური დებულების დამტკიცება, შესაძლებელია ამ დამტკიცების წარმოდგენის სხვადასხვა ხერხების გამოყენება. დამტკიცების წარმოდგენის ხერხებს შორის გავრცელებულია დამტკიცების წარმოდგენა *ტექსტურად, ბლოკსქემის* სახით და *ორსვეტიანი* ფორმით.

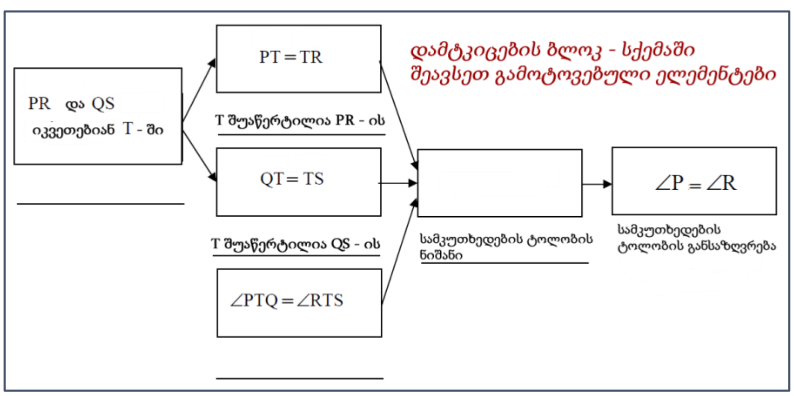
დამტკიცების წარმოდგენა ტექსტურად ყველაზე გავრცელებული ფორმაა, რომელიც გამოიყენება სამეცნიერო სტატიებში და სასკოლო მათემატიკის კურსში დამტკიცებაზე ამოცანების ამოხსნისას. ამ დროს დამტკიცება იწყება იმის განსაზღვრით, თუ რა არის მოცემული, ხოლო შემდეგ ხდება იმ წინადადებების მიმდევრობის წარმოდგენა, რომელშიც თითოეული შემდგომი წინადადება არის წინას შედეგი - გამომდინარეობს წინადან. ამავე დროს უნდა მოხდეს იმის გათვალისწინება, რომ ეს გამომდინარეობა რაც შეიძლება ცხადი იყოს მკითხველისათვის.

დამტკიცების წარმოდგენა ბლოკსქემის სახით თითქმის არაფრით განსხვავდება ტექსტური სახისაგან. ამ შემთხვევაში ხდება გამონათქვამების თანმიმდევრობის განლაგება სქემის შემადგენელ ელემენტებში, ისე რომ სქემის ელემენტების დაკავშირება ლოგიკური გამომდინარეობით ხდება. ამ ხერხის სადემონსტრაციოდ განვიხილოთ ერთი მარტივი მაგალითი: *დავამტკიცოთ, რომ თუ PR და QS მონაკვეთები ერთმანეთს შუაზე კვეთს, მაშინ* $\angle P = \angle R$.



როგორც ვხედავთ, ბლოკსქემის სახით წარმოდგენის ძირითადი პრინციპი არის ის, რომ ბლოკის ელემენტში (მართკუთხედში) იწერება გამონათქვამი, რომელსაც მიწერილი აქვს არგუმენტი, თუ რომელიც ამ გამონათქვამს გაამყარებს. სქემის ელემენტები ერთმანეთთან დაკავშირებულია ისრებით, რომლებიც აღნიშნავს გამომდინარეობას.

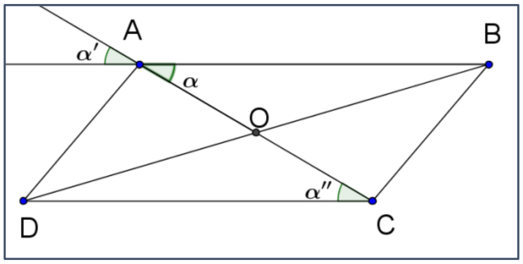
წარმოდგენის ამ ხერხის გამოყენება მოხერხებულია მოსწავლეთა მსჯელობა-დასაბუთების უნარის შეფასებისას. კერძოდ, შეიძლება შევადგინოთ ტესტური დავალება, რომელშიც წარმოდგენილია ბლოკსქემა გამოტოვებული ელემენტებით, ხოლო მოსწავლემ სწორად უნდა შეავსოს ეს გამოტოვებული ელემენტები (იხ. ნახაზი)



ცხადია, რომ ამ სახის დავალებების მიცემისას მოსწავლეს უნდა ჰქონდეს დამტკიცების ბლოკსქემებთან მუშაობის გამოცდილება.

ბლოკსქემის გამოყენებით ტესტური დავალების კიდევ ერთი ხერხია, როდესაც მოცემულია გამონათქვამების ერთობლიობა და ცარიელი (ან ნაწილობრივ შევსებული) ბლოკსქემა, რომლის ცარიელ ელემენტებში მოსწავლემ სწორად უნდა ჩასვას წინასწარ მოცემული გამონათქვამები.

დამტკიცების ბლოკსქემის ანალოგიურია დამტკიცების ორსვეტიანი დიაგრამა (ცხრილი), რომლის ერთ სვეტში წარმოდგენილია გამონათქვამების ლოგიკურად დაკავშირებული მიმდევრობა, ხოლო მეორე სვეტში, თითოეულ წინადადებას თან ახლავს მისი დამადასტურებელი არგუმენტი. მაგალითად, დავამტკიცოთ რომ *თუ ოთხკუთხედის დიაგონალები ერთმანეთს შუაზე ჰყოფს, მაშინ ეს ოთხკუთხედი პარალელოგრამია.*



ორსვეტიანი ცხრილის სახით წარმოდგენილი დამტკიცება

წინადადება	*დამადასტურებელი არგუმენტი*
a. $AO = OC$	1. მოცემულია: დიაგონალები იკვეთება შუაწერტილებში
b. $DO = OB$	2. მოცემულია: დიაგონალები იკვეთებიან შუაწერტილებში
c. $\angle AOB = \angle DOC$	3. ვერტიკალური კუთხეებია
d. $\Delta AOB = \Delta DOC$	4. სამკუთხედების ტოლობის ნიშანი: ორი გვერდი და მათ შორის მდებარე კუთხე
e. $\angle OAB = \angle OCD$	5. გამომდინარეობს d-დან
f. $\alpha = \alpha'$	6. ვერტიკალური კუთხეებია
g. $\alpha = \alpha''$	7. გამომდინარეობს eდა f-დან
h. $AB \parallel DC$	8. ორი წრფის მესამე წრფით გადაკვეთის შედეგად მიღებული კუთხეები ტოლია
…	…

როგორც ვხედავთ, მათემატიკური დამტკიცების წარმოდგენის სხვადასხვა ხერხები, გარდა იმისა, რომ ხელს უწყობს დამტკიცების პროცესის გააზრებას, იძლევა მრავალფეროვანი ტესტური დავალებების შექმნის საშუალებას: გამოტოვებული ადგილების შევსება, არასწორად განლაგებული ელემენტების სწორად დალაგება, ერთი სახით მოცემული წარმოდგენის გადაყვანა სხვა სახეზე, შემადგენელი ელემენტების ურთიერთდაკავშირება და ა.შ.